COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 AVRIL 1843.

PRÉSIDENCE DE M. DUMAS.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Président annonce qu'il n'y aura pas de séance de l'Académie dans la semaine prochaine.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Mémoire sur la synthèse algébrique; par* M. Augustin Cauchy.

« On sait qu'en cultivant plusieurs branches des sciences mathématiques, surtout la Géométrie et la Mécanique, les anciens et les modernes eux-mêmes ont d'abord uniquement employé la synthèse ou méthode synthétique; en d'autres termes, ils ont déduit de quelques notions fondamentales, et de quelques axiomes généralement admis, les démonstrations successives de divers théorèmes, ou les solutions de divers problèmes qui offrent un intérêt spécial. Plus tard on a reconnu qu'on pouvait non-seulement représenter par des nombres ou par des lettres les diverses quantités dont s'occupent la Géométrie et la Mécanique, par exemple les longueurs, les aires, les volumes, le temps, les vitesses et les forces; mais encore représenter par des équations ou par des formules algébriques les lignes, les surfaces, et géné-

ralement les systèmes de points matériels pris dans l'état de repos ou de mouvement. Cela posé, on a pu, dans la culture de la Géométrie, de la Mécanique et des sciences analogues, substituer à la méthode synthétique, l'Algèbre ou la méthode analytique, et rendre beaucoup plus faciles les recherches qui ont pour objet ou les propriétés générales des figures, ou les lois d'équilibre et de mouvement des corps, en réduisant ces recherches à des questions de pure analyse. Alors, en particulier, les problèmes de Géométrie, ramenés à des problèmes d'Algèbre, ont pu être résolus dans tous les cas; et même, à l'aide de règles fixes et invariables, on a aisément transformé les solutions algébriques en solutions géométriques, pour les problèmes qu'il était possible de résoudre à l'aide de la règle et du compas.

» Toutefois, il est juste de le reconnaître, les solutions géométriques, déduites, comme on vient de le dire, de l'Algèbre ou de la méthode analytique, sont généralement plus compliquées et beaucoup moins élégantes que les solutions directement déduites de la méthode synthétique. Mais on peut faire disparaître cet inconvénient, et pour y parvenir, il suffit d'unir entre elles les deux méthodes, malgré leur opposition apparente. Alors on obtient une méthode mixte, que j'appellerai *synthèse algébrique,* et qui paraît digne d'attention, puisqu'elle nous permet de tirer de l'analyse des solutions comparables, sous le rapport de l'élégance, à celle que la méthode synthétique peut fournir.

» Pour faire bien comprendre en quoi consiste la méthode mixte dont il s'agit, rappelons-nous d'abord que tout problème de Géométrie plane peut être réduit au tracé de certaines figures, ou, ce qui revient au même, au tracé de certains points et de certaines lignes qui doivent être des droites ou des circonférences de cercles, pour un problème dont la solution peut s'effectuer à l'aide de la règle et du compas. D'ailleurs, pour qu'une droite soit complétement déterminée, il suffit que l'on connaisse deux points de cette droite; et pour qu'une circonférence de cercle soit complétement déterminée, il suffit que l'on connaisse ou trois points de cette circonférence, ou l'un de ses points et le centre. Enfin, les problèmes de la Géométrie à trois dimensions peuvent être ramenés, comme l'on sait, à des problèmes de géométrie plane. Cela posé, il est clair que tout problème de géométrie, qui pourra se résoudre à l'aide de la règle et du compas se réduira toujours à la fixation d'un certain nombre de points inconnus. Les coordonnées de ces points seront précisément les inconnues du problème qui devra fournir toutes les équations nécessaires à leur détermination.

» Concevons maintenant que les valeurs des inconnues, tirées des équa-

tions d'un problème, se trouvent représentées ou par des fonctions rationnelles de longueurs données, ou par des fonctions algébriques qui renferment uniquement des radicaux du second degré. Alors ces valeurs pourront en effet se construire géométriquement à l'aide de la règle et du compas; mais la solution géométrique qui résultera de leur construction sera en général très-compliquée. On obtiendra une solution beaucoup plus simple, si, au lieu de résoudre les équations proposées, on les combine entre elles de manière à obtenir des équations nouvelles dont chacune renferme non pas une seule inconnue, mais les coordonnées d'un seul point, et si l'on construit immédiatement la ligne ou surface que chacune des nouvelles équations représente. Alors la position de chaque point inconnu se trouvera déterminée, non plus à l'aide de constructions géométriques qui fourniront séparément les valeurs des trois coordonnées, mais à l'aide de deux lignes ou de trois surfaces qui, sur le plan donné, ou dans l'espace, renfermeront ce même point. Ainsi la considération directe de ces lignes ou de ces surfaces nous dispensera de la résolution algébrique des équations proposées.

» Pour être en état d'appliquer à un problème spécial la méthode mixte que nous venons d'indiquer, il ne suffit pas généralement de savoir quelles sont les lignes ou surfaces que représentent les équations primitives du problème; il est ordinairement nécessaire de savoir encore quelles sont les quantités que représentent les premiers membres de ces équations, quand on a fait passer tous les termes dans ces premiers membres en réduisant les seconds membres à zéro. Cette dernière question se trouve traitée pour divers cas, dans le premier paragraphe du présent Mémoire, et je me trouve ainsi conduit à diverses propositions qui paraissent dignes de remarque. Parmi ces propositions, je citerai la suivante.

» 1er *Théorème*. Supposons que, dans un plan donné ou dans l'espace, une ligne ou une surface, rapportée à des axes coordonnés rectangulaires se trouve représentée par une équation dont le second membre se réduise à zéro et le premier membre à une fonction des coordonnées, entière et du degré n. Considérons d'ailleurs une ligne ou surface auxiliaire, représentée par une autre équation dont le second membre se réduise, au signe près, à l'unité, et le premier membre à la somme des termes du degré n compris dans l'équation proposée. Enfin, concevons que, par l'origine des coordonnées, et par un autre point P choisi arbitrairement dans le plan donné ou dans l'espace, on mène deux droites parallèles. Si la seconde droite coupe la ligne ou surface que représente l'équation proposée, en n points réels, le premier membre de cette équation sera égal, au signe près, au rapport qui

existera entre le produit des distances de ces points réels au point P, et la $n^{ième}$ puissance de la distance mesurée sur la première droite à partir de l'origine jusqu'à la ligne ou surface auxiliaire.

» De ce premier théorème on déduit aisément les propositions suivantes, qui sont particulièrement relatives aux courbes et aux surfaces du second degré.

» 2e *Théorème.* Supposons une ellipse, une parabole ou une hyperbole représentée par une équation du second degré dont le dernier membre se réduise à zéro, et le premier membre à une fonction entière de deux coordonnées rectangulaires. Considérons, de plus, une ellipse, une droite ou une hyperbole auxiliaire, représentée par une autre équation dont le second membre se réduise, au signe près, à l'unité, et le premier membre à la somme des termes du second degré appartenants à l'équation proposée. Enfin, concevons que, par l'origine des coordonnées, et par un autre point P pris arbitrairement dans le plan de la courbe proposée, on mène deux droites parallèles. Si la seconde droite coupe cette courbe en deux points réels, le premier membre de l'équation de la courbe sera égal, au signe près, au rapport qui existera entre le produit des distances de ces points réels au point P, et le carré de la distance mesurée sur la première droite à partir de l'origine jusqu'à la ligne auxiliaire. Si la seconde droite touche la courbe proposée, les deux premières distances deviendront égales, et leur produit se réduira au carré de chacune d'elles.

» 3e *Théorème.* Supposons une surface du second degré représentée par une équation dont le dernier membre se réduise à zéro, et le premier membre à une fonction entière de trois coordonnées rectangulaires. Considérons, de plus, une surface auxiliaire représentée par une autre équation dont le second membre se réduise, au signe près, à l'unité, et le premier membre à la somme des termes du second degré appartenants à l'équation proposée. Enfin, concevons que, par l'origine des coordonnées et par un point P choisi arbitrairement dans l'espace, on mène deux droites parallèles. Si la seconde droite coupe la surface proposée en deux points réels, le premier membre de l'équation de cette surface sera égal, au signe près, au rapport qui existera entre le produit des distances de ces points réels au point P et le carré de la distance mesurée sur la première droite à partir de l'origine jusqu'à la surface auxiliaire. Si la seconde droite touche la surface proposée, les deux premières distances deviendront égales, et leur produit se réduira au carré de chacune d'elles.

» 4e *Théorème.* Si, par un point P choisi arbitrairement dans le plan

d'une ellipse ou d'une hyperbole, on mène des sécantes diverses, et si l'on multiplie l'une par l'autre les distances du point P aux deux points d'intersection de chaque sécante avec la courbe, les produits ainsi obtenus seront entre eux comme les carrés des diamètres parallèles aux diverses sécantes.

» 5e *Théorème.* Si, par un point P choisi arbitrairement dans l'espace, on mène plusieurs droites dont chacune coupe en deux points la surface d'un ellipsoïde ou d'un hyperboloïde à une ou à deux nappes, et si l'on multiplie l'une par l'autre les distances du point P aux deux points d'intersection de chaque droite avec la surface, les produits ainsi obtenus seront entre eux comme les carrés des diamètres parallèles aux diverses droites.

» 6e *Théorème.* Si, par un point P choisi arbitrairement dans le plan d'une parabole, on mène des sécantes diverses, et si l'on multiplie l'une par l'autre les distances du point P aux deux points d'intersection de chaque sécante avec la courbe, les produits ainsi obtenus seront entre eux comme les carrés des distances mesurées sur les mêmes sécantes entre le point P et l'axe de la parabole.

» Dans les derniers paragraphes du présent Mémoire, j'applique la synthèse algébrique à divers problèmes dont cette méthode fournit des solutions très-simples et très-élégantes, particulièrement au problème d'une sphère tangente à quatre autres.

ANALYSE.

§ Ier. *Notions préliminaires.*

» Si l'on veut appliquer la synthèse algébrique à la solution d'un problème de géométrie, il sera d'abord nécessaire de traduire en algèbre l'énoncé de la question, et de poser ainsi les équations du problème; mais au lieu de résoudre ces équations et de construire géométriquement les valeurs trouvées de leurs racines réelles, on devra combiner ces mêmes équations les unes avec les autres, de manière à obtenir des équations nouvelles qui représentent des lieux géométriques dont la construction suffise à la détermination des points inconnus. Pour que la solution fournie par cette méthode puisse s'effectuer à l'aide de la règle et du compas, il suffira que les équations nouvelles représentent des lignes droites ou des circonférences de cercle. D'ailleurs la manière la plus simple de combiner entre elles les équations proposées, dont nous pouvons toujours supposer les seconds membres réduits à zéro, sera de combiner entre elles par voie d'addition ou ces équations mêmes, ou du moins ces équations multipliées chacune par un facteur

constant. Or, concevons que l'on ait eu recours à une semblable combinaison. Pour que l'on puisse aisément interpréter l'équation résultante, et construire la ligne ou la surface courbe qu'elle représente, il ne suffira pas de savoir quelles sont les lignes ou surfaces que représentent les équations proposées, il sera encore généralement nécessaire de savoir quelles sont les quantités représentées par les premiers membres de ces équations. La solution de ce dernier problème peut s'effectuer dans un grand nombre de cas à l'aide des propositions que nous allons établir.

» 1er *Théorème.* Soient x, y les coordonnées rectangulaires d'un point mobile dans un plan donné. Soient, de plus,

$F(x, y)$ une fonction des coordonnées x, y, entière et du degré n;

$f(x, y)$ la somme des termes qui, dans cette même fonction, sont précisément du degré n;

ρ la distance mesurée, à partir de l'origine des coordonnées, et sur un certain axe OA mené arbitrairement par cette origine jusqu'au point où cet axe rencontre la ligne représentée par l'équation

$$f(x, y) = \pm 1. \tag{1}$$

Si la droite menée parallèlement à l'axe OA par un point P dont les coordonnées seront x, y, rencontre en n points réels R, R′, R″,... la ligne droite ou courbe que représente l'équation

$$F(x, y) = 0; \tag{2}$$

alors, en désignant par

$$v, v', v'', \ldots$$

les distances

$$PR, PR', PR'', \ldots,$$

on aura

$$F(x, y) = \pm \frac{v v' v'' \ldots}{\rho^n}. \tag{3}$$

» *Démonstration.* Soient

α, 6 les cosinus des angles formés par l'axe OA avec les demi-axes des coordonnées positives;

x, y les coordonnées du point R où la droite menée parallèlement à l'axe OA par le point (x, y) rencontre la ligne représentée par l'équation (3);

$s = \pm v$ la distance du point P au point R, prise avec le signe + si cette distance se mesure dans le sens OA, prise avec le signe — dans le sens contraire.

On aura tout à la fois

(4) $$\mathrm{F}(\mathrm{x}, \mathrm{y}) = 0,$$

et

(5) $$\frac{\mathrm{x} - x}{\alpha} = \frac{\mathrm{y} - y}{\beta} = s;$$

ou, ce qui revient au même,

(6) $$\mathrm{x} = x + \alpha s, \quad \mathrm{y} = y + \alpha s.$$

Par conséquent, l'équation (4) donnera

(7) $$\mathrm{F}(x + \alpha s, \quad y + \beta s) = 0.$$

Si l'on développe le premier membre de cette dernière suivant les puissances ascendantes de s, on trouvera

(8) $$\mathrm{F}(x, y) + s(\alpha \mathrm{D}_x + \beta \mathrm{D}_y)\,\mathrm{F}(x, y) + \ldots + \frac{s^n}{1.2\ldots n}(\alpha \mathrm{D}_x + \beta \mathrm{D}_y)^n\,\mathrm{F}(x, y) = 0.$$

D'ailleurs, en vertu des notations admises, la somme des termes proportionnels à s^n dans le développement de la fonction

$$\mathrm{F}(x + \alpha s, \quad y + \beta s)$$

sera évidemment

$$\mathrm{f}(\alpha s, \beta s) = s^n\,\mathrm{f}(\alpha, \beta).$$

Donc l'équation (8) pourra être réduite à

(9) $$\mathrm{F}(x, y) + \ldots + s^n\,\mathrm{f}(\alpha, \beta) = 0.$$

Cela posé, nommons $s, s', s'', \ldots$ les n racines réelles ou imaginaires de l'équa-

tion (7), ou, ce qui revient au même, de l'équation (9), résolue par rapport à s; on aura évidemment

$$ss's''\ldots = (-1)^n \frac{F(x, y)}{f(\alpha, 6)},$$

par conséquent

$$(10) \qquad F(x, y) = (-1)^n ss's''\ldots f(\alpha, 6).$$

Ce n'est pas tout. Si, par l'origine des coordonnées, on mène une droite qui forme avec les demi-axes des coordonnées positives les angles $\alpha, 6$, alors, en nommant ρ la distance mesurée sur cette droite entre l'origine et la ligne représentée par l'équation (1), on aura

$$f(\alpha\rho, 6\rho) = \pm 1,$$

ou, ce qui revient au même,

$$\rho^n f(\alpha, 6) = \pm 1,$$

et par suite

$$f(\alpha, 6) = \pm \frac{1}{\rho^n}.$$

Donc la formule (10) donnera

$$(11) \qquad F(x, y) = \pm \frac{ss's''\ldots}{\rho^n}.$$

Si maintenant on suppose que les racines

$$s, s', s'', \ldots$$

de l'équation (7) soient toutes réelles, alors, en nommant

$$\iota, \iota', \iota'', \ldots$$

leurs valeurs numériques, on trouvera

$$(12) \qquad s = \pm \iota, \quad s' = \pm \iota', \quad s'' = \pm \iota'', \ldots,$$

et par conséquent la formule (11) sera immédiatement réduite à l'équation (3).

» *Corollaire.* Si les lignes que représentent les équations (1) et (2) sont

remplacées par des surfaces, alors, en raisonnant toujours de la même manière, on obtiendra, au lieu du 1er théorème, la proposition suivante :

» 2e *Théorème.* Soient

x, y, z les coordonnées rectangulaires d'un point de l'espace;

$F(x, y, z)$ une fonction des coordonnées x, y, z, entière et du degré n;

$f(x, y, z)$ la somme des termes qui, dans cette même fonction, sont précisément du degré n;

et ρ la distance mesurée, à partir de l'origine des coordonnées, sur un certain axe OA mené arbitrairement par cette origine jusqu'au point où cet axe rencontre la surface représentée par l'équation

$$(13)\qquad f(x, y, z) = \pm 1.$$

Si la droite, menée parallèlement à l'axe OA par un point P dont les coordonnées sont x, y, z, rencontre en n points réels

$$R, R', R'', \ldots$$

la surface représentée par l'équation

$$(14)\qquad F(x, y, z) = 0;$$

alors, en nommant

$$v, v', v'', \ldots$$

les distances

$$PR, PR', PR'', \ldots$$

qui séparent le point P des points R, R', R'', ..., on aura

$$(15)\qquad F(x, y, z) = \pm \frac{vv'v''\ldots}{\rho^n}.$$

» Si le degré n de la fonction $F(x, y)$ ou $F(x, y, z)$ se réduit au nombre 2, alors, à la place des théorèmes que nous venons d'énoncer, on obtiendra les suivants.

» 3e *Théorème.* Supposons que, les divers points d'un plan étant rapportés à deux axes rectangulaires, on mène, par l'origine O des coordonnées, un

certain axe OA, et par le point P, dont les coordonnées sont x, y, une droite parallèle à cet axe. Supposons encore que cette droite rencontre en deux points réels R, R′ une section conique représentée par l'équation

$$(16) \qquad Ax^2 + By^2 + 2Cxy + 2Dx + 2Ey - K = 0,$$

et nommons

$$v, \; v'$$

les deux distances

$$\mathrm{PR}, \; \mathrm{PR}'.$$

Enfin, soit ρ la distance mesurée sur l'axe OA entre l'origine et la courbe représentée par l'équation

$$(17) \qquad Ax^2 + By^2 + 2Cxy = \pm 1.$$

On aura généralement

$$(18) \qquad Ax + By + 2Cxy + 2Dx + 2Ey - K = \pm \frac{vv'}{\rho^2}.$$

» 1er *Corollaire.* Les distances v, v' deviendront égales entre elles, si les points R, R′ se réunissent en un seul, c'est-à-dire, en d'autres termes, si la ligne PR devient tangente à la courbe du second degré représentée par l'équation (16), ou bien encore si le point P est le milieu de la corde RR′. Dans l'un et l'autre cas, la formule

$$v' = v$$

réduira l'équation (18) à la suivante

$$(19) \qquad Ax^2 + By^2 + 2Cxy + 2Dx + 2Fy - K = \pm \frac{v^2}{\rho^2}.$$

» 2e *Corollaire.* Si l'équation (16) représente une ellipse ou une hyperbole, l'équation (17) représentera encore une ellipse ou une hyperbole semblable à la première, les axes principaux de l'une étant parallèles aux axes principaux de l'autre. Donc alors, si l'axe OA vient à changer de direction, la distance ρ variera proportionnellement au rayon ou demi-diamètre qui, dans l'ellipse ou l'hyperbole, serait parallèle à ce même axe. Cela posé, la formule (18) entraînera évidemment la proposition dont voici l'énoncé : *Si, par un point* P *situé dans le plan d'une ellipse ou d'une hyperbole, on mène*

plusieurs droites dont chacune rencontre cette courbe en deux points, si d'ailleurs on multiplie l'une par l'autre les distances mesurées sur chaque droite entre le point P *et les deux points de rencontre dont il s'agit, les produits ainsi obtenus seront proportionnels aux rayons menés par le centre de la courbe parallèlement à ces mêmes droites. Ajoutons que, si l'une des droites se réduit ou à une tangente ou à une corde dont le point* P *soit le milieu, les deux distances mesurées sur cette droite deviendront égales, en sorte que leur produit se réduira simplement au carré de chacune d'elles.*

» 3e *Corollaire.* Si l'équation (16) représente un cercle, la proposition énoncée dans le corollaire précédent se réduira évidemment à une proposition déjà connue, suivant laquelle le produit des deux parties d'une corde, qui renferme un point donné P, est constamment égal au carré de la moitié de la corde dont ce point est le milieu, ou le produit d'une sécante et de sa partie extérieure constamment égal au carré d'une tangente qui part du même point. Observons d'ailleurs que si l'on représente par r le rayon du cercle dont il s'agit, et par a, b les coordonnées du centre, l'équation (16) pourra être réduite à

$$(20) \qquad (x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = 0.$$

Alors l'équation (17), réduite à

$$(21) \qquad x^2 + y^2 = 1,$$

représentera une circonférence de cercle qui aura pour centre l'origine et pour rayon l'unité. On aura donc, dans la formule (19), $\rho = 1$, et par suite cette formule donnera

$$(22) \qquad (x-a)^2 + (y-b)^2 - r^2 = \pm\, \imath^2.$$

Donc *le premier membre de l'équation* (20) *représentera ou le carré de la tangente menée au cercle par le point* (x, y), *ou le carré de la moitié de la corde dont le point* (x, y) *sera le milieu, le dernier carré étant pris avec le signe* —. Au reste, on arriverait directement à la même conclusion en observant que la tangente ou la demi-corde dont il s'agit est l'un des côtés d'un triangle rectangle dans lequel l'autre côté et l'hypoténuse sont ou le rayon mené au point de contact, et la distance du point (x, y) au centre du cercle, ou cette distance et le rayon mené à l'extrémité de la corde.

» 4e *Corollaire.* Si la courbe représentée par l'équation (16) est une pa-

rabole, le premier membre de l'équation (17) sera, au signe près, un carré parfait, et l'équation (17) représentera deux droites menées à égales distances de l'origine parallèlement à l'axe principal de la parabole. Cela posé, l'équation (18) entraînera évidemment la proposition suivante : *Si, par un point* P *situé dans le plan d'une parabole, on mène plusieurs droites dont chacune coupe la parabole en deux points, si d'ailleurs on multiplie l'une par l'autre les distances mesurées sur chaque droite entre le point* P *et les deux points dont il s'agit, les produits ainsi obtenus seront respectivement proportionnels aux distances mesurées sur les mêmes droites entre le point* P *et un axe quelconque parallèle à l'axe principal de la parabole.* On peut encore, à cette proposition, substituer celle dont voici l'énoncé : *Si, par un point* P *situé dans le plan d'une parabole, on mène plusieurs droites dont chacune coupe la parabole en deux points, si d'ailleurs on projette sur la directrice de la parabole les deux distances mesurées sur chaque droite entre le point* P *et les deux points dont il s'agit, les produits ainsi obtenus seront tous égaux entre eux et par conséquent égaux au carré de la projection de chacune des deux tangentes menées à la parabole par le point* P.

» 5e *Corollaire.* On pourrait encore déduire des équations (18), (19) diverses conclusions dignes de remarque. Ainsi, en particulier, on reconnaîtra sans peine que, dans le cas où l'équation (16), réduite à la forme

$$b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0, \tag{23}$$

représente en conséquence une ellipse dont les demi-axes sont a et b, le premier membre de cette équation représente le carré d'une surface égale au double de la surface du triangle qui a pour sommet le centre de l'ellipse, et pour base la tangente menée à la courbe par le point (x, y). Ainsi encore on conclut de l'équation (19) que, si deux ellipses de même dimension sont tracées dans le même plan, de manière que leurs grands axes soient parallèles entre eux, il existera une droite dont chaque point extérieur aux deux ellipses pourra être considéré comme le sommet de deux triangles égaux en surfaces qui auront pour côtés les tangentes menées de ce point aux deux ellipses, et les rayons vecteurs menés des deux centres aux points de contact. Lorsque les deux ellipses se couperont, la droite dont il s'agit sera celle qui renfermera les deux points d'intersection. Enfin, si les deux ellipses, sans être de mêmes dimensions, sont du moins semblables l'une à l'autre, les surfaces des deux triangles cesseront d'être égales, mais conserveront toujours entre elles le même rapport.

» 4ᵉ *Théorème.* Supposons que, les divers points de l'espace étant rapportés à trois axes rectangulaires, on mène, par l'origine O des coordonnées, un certain axe OA, et par le point P, dont les coordonnées sont x, y, z, une droite parallèle à cet axe. Supposons encore que cette droite rencontre en deux points réels R, R′ une surface du second ordre représentée par l'équation

$$(24)\quad Ax^2+By^2+Cz^2+2Dyz+2Ezx+2Fxy+2Gx+2Hy+2Iz-K=0,$$

et nommons

$$\imath,\ \imath'$$

les deux distances

$$\text{PR},\ \text{PR}'.$$

Enfin, soit ρ la distance mesurée sur l'axe OA, entre l'origine et la surface représentée par l'équation

$$(25)\quad Ax^2+By^2+Cz^2+2Dyz+2Ezx+2Fxy=\pm 1.$$

On aura généralement

$$(26)\quad \left\{\begin{array}{l} Ax^2+By^2+Cz^2+2Dyz+2Ezx+2Fxy \\ \quad +2Gx+2Hy+2Iz-K=\pm\dfrac{\imath\imath'}{\rho^2}. \end{array}\right.$$

» 1ᵉʳ *Corollaire.* Les distances

$$\imath,\ \imath'$$

deviendront égales entre elles, si les points R, R′ se réunissent en un seul, c'est-à-dire, en d'autres termes, si la ligne PR devient tangente à la surface du second ordre représentée par l'équation (24), ou bien encore, si le point P est le milieu de la corde RR′. Dans l'un et l'autre cas, la formule

$$\imath'=\imath$$

réduira l'équation (26) à la suivante

$$(27)\quad \left\{\begin{array}{l} Ax^2+By^2+Cz^2+2Dyz+2Ezx+2Fxy \\ \quad +2Gx+2Hy+2Iz-K=\pm\dfrac{\imath^2}{\rho^2}. \end{array}\right.$$

» 2ᵉ *Corollaire.* Si l'équation (24) représente un ellipsoïde ou un hyperbo-

loïde, l'équation (26) représentera encore un ellipsoïde ou un hyperboloïde semblable au premier, les axes principaux de l'un étant parallèles aux axes principaux de l'autre. Donc alors, si l'axe OA vient à changer de direction, la distance ρ variera proportionnellement au rayon ou demi-diamètre qui dans l'ellipsoïde ou l'hyperboloïde serait parallèle à ce même axe. Cela posé, la formule (18) entraînera évidemment la proposition dont voici l'énoncé : *Si, par un même point* P, *on mène plusieurs droites dont chacune rencontre en deux points réels la surface d'un ellipsoïde ou d'un hyperboloïde, si d'ailleurs on multiplie l'une par l'autre les distances mesurées sur chaque droite entre le point* P *et les deux points dont il s'agit, les produits ainsi obtenus seront proportionnels aux rayons menés par le centre de la surface, parallèlement à ces mêmes droites. Ajoutons que, si l'une des droites se réduit ou à une tangente ou à une corde dont le point* P *soit le milieu, les deux distances mesurées sur cette droite deviendront égales, en sorte que leur produit se réduira simplement au carré de chacune d'elles.*

» 3e *Corollaire.* Si l'équation (24) représente la surface d'une sphère, la proposition énoncée dans le corollaire précédent se réduira évidemment à une proposition déjà connue, suivant laquelle le produit des deux parties d'une corde qui renferme un point donné P est constamment égal au carré du rayon du cercle qui a ce point pour centre, ou le produit d'une sécante et de sa partie extérieure constamment égal au carré d'une tangente qui part du même point. Observons d'ailleurs que, si l'on représente par r le rayon de la sphère dont il s'agit, et par a, b, c les cordonnées du centre, l'équation (24) pourra être réduite à

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2-r^2=0. \tag{28}$$

Or, dans ce cas l'équation (25), réduite à

$$x^2+y^2+z^2=1, \tag{29}$$

représentera évidemment une nouvelle sphère dont le rayon sera l'unité. On aura donc dans les formules (26), (27),

$$\rho=1;$$

en sorte que la formule (27) donnera

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2-r^2=\pm\,\iota^2. \tag{30}$$

Donc alors, *le premier membre de l'équation* (28) *représentera ou le carré de la tangente menée à la sphère par le point* P *dont les coordonnées sont* x, y, z, *ou le carré du rayon du cercle tracé sur la sphère et qui a pour centre le point* P. Au reste, on peut arriver directement à la même conclusion en observant que cette tangente ou ce rayon est un des côtés d'un triangle rectangle dans lequel l'autre côté et l'hypoténuse sont représentés par deux longueurs dont chacune se réduit soit à un rayon de la sphère, soit à la distance qui sépare du centre de la sphère le point (x, y, z). »

Nota. Les paragraphes suivants seront publiés dans le prochain *Compte rendu.*

PHYSIQUE. — *Mémoire sur les effets de température qui accompagnent la transmission dans les liquides, au moyen de divers électrodes, des courants électriques, soit continus, soit discontinus et alternatifs; par* M. A. DE LA RIVE, de Genève. (Extrait par l'auteur.)

« Une même quantité d'électricité mesurée par son action chimique étant donnée, on peut la conduire à travers les corps, soit sous la forme d'un courant dirigé toujours dans le même sens, soit sous la forme de courants dirigés alternativement en sens contraires.

» J'ai cherché à établir précédemment que la quantité de chaleur que développe dans un fil fin mis dans le circuit le courant conduit sous l'une ou sous l'autre de ces formes est la même. J'ai également montré que la résistance qu'éprouve un courant continu dirigé toujours dans le même sens en passant d'un électrode métallique dans un liquide, ou d'un liquide dans un électrode, s'affaiblit considérablement ou devient presque nulle dans certains cas quand le même courant devient discontinu et dirigé alternativement en sens contraires.

» Le Mémoire dont je me borne à présenter l'extrait à l'Académie, et qui paraîtra en entier dans les *Archives de l'Électricité,* que je publie à Genève, a pour objet essentiel de chercher l'influence qu'exercent sur la quantité de chaleur développée par des courants égaux, dans des liquides qui les transmettent, la surface et la nature des électrodes, ainsi que la forme sous laquelle ces courants sont transmis.

» Voici les principaux résultats de mon travail :

» 1°. La quantité de chaleur développée dans des quantités égales de liquides conducteurs, traversées successivement par le même courant continu et dirigé toujours dans le même sens, sont d'autant plus considérables que

les surfaces des électrodes sont plus petites, la distance des électrodes entre eux étant la même. Ainsi, avec des fils de platine employés comme électrodes, le même courant, agissant pendant le même temps, développe beaucoup plus de chaleur qu'avec de grandes lames. Ainsi encore, des fils dont la surface est recouverte de la poudre noire de platine en développent moins que des fils dont la surface est nette et polie.

» 2°. Quand, dans un même circuit, on place à la suite les uns des autres deux systèmes parfaitement semblables de conducteurs liquides avec lames de platine et un fil de platine très-fin qui plonge dans une quantité donnée de liquide qu'il doit échauffer, on trouve que, pour une même quantité d'électricité transmise, la somme des quantités de chaleur développées dans les deux systèmes liquides et dans le fil de platine est sensiblement la même, que le courant soit continu et dirigé constamment dans le même sens dans les deux systèmes liquides, ou qu'il soit dirigé dans l'un toujours dans le même sens, et dans l'autre en sens alternativement contraires. Seulement l'élévation de température qui, dans le premier cas, est la même dans les deux systèmes, est, dans le second cas, beaucoup moins considérable dans le système liquide, où les courants sont dirigés alternativement en sens contraires, que dans celui où ils sont dirigés toujours dans le même sens. Le fil de platine s'échauffe davantage dans le second cas que dans le premier.

» 3°. La différence qui existe entre les quantités de chaleur dégagées dans un même liquide par la même quantité d'électricité agissant pendant un même temps, tantôt sous forme de courants continus, tantôt sous forme de courants dirigés alternativement en sens contraires, est d'autant moindre que la transmission du courant continu de l'électrode dans le liquide présente moins de résistance. C'est ce qui a lieu quand la surface des électrodes est considérable, quand le liquide est de l'acide nitrique non étendu ou peu étendu, quand des électrodes de cuivre plongent dans une dissolution de sulfate de cuivre, etc.

» 4°. La quantité totale de gaz dégagée dans le circuit ne paraît pas influer sensiblement sur la quantité totale de chaleur. Ainsi, quand le courant est dirigé alternativement en sens contraires dans l'un des systèmes de conducteurs liquides, il n'y a pas de gaz dégagés dans ce système, et cependant il n'y a pas plus de chaleur développée en totalité dans le circuit que lorsque le courant étant dirigé dans le même sens partout également, il y a aussi bien dégagement de gaz dans ce système que dans les autres. Le point que je viens de toucher est important, parce qu'il est lié à la question de savoir si les gaz qui se développent dans la décomposition de l'eau par le courant absorbent ou non une partie du calorique que ce courant est capable de dégager; le résultat que

je viens d'indiquer semblerait conduire à résoudre négativement cette question. Cependant le sujet doit être examiné de plus près avant qu'on puisse accorder une pleine confiance à cette conclusion.

» 5°. On sait que lorsqu'on transmet un courant continu à travers une colonne liquide horizontale, la distribution de température qui s'y opère par suite du réchauffement produit par le courant n'est point uniforme. La partie du liquide la plus rapprochée des électrodes est tantôt plus chaude, tantôt moins chaude que la portion intermédiaire. Mais ce qui est presque constant, c'est que le liquide se réchauffe plus autour du pôle positif qu'autour du pôle négatif. Toutes ces différences disparaissent quand le courant est dirigé à travers la colonne alternativement en sens contraires, et la distribution de la température dans le liquide devient parfaitement uniforme.

» Dans ce qui précède, on n'a pas tenu compte des élévations de température qui ont lieu dans chacun des couples de la pile dont on fait usage. On a supposé qu'elles ne variaient pas, vu qu'on emploie toujours la même quantité d'électricité transmise pendant le même temps. On peut cependant en tenir compte, et les résultats n'en sont pas sensiblement modifiés. Dans ce but, on se sert d'un seul couple dont le courant continu traverse des fils métalliques plus ou moins fins. La somme des quantités de chaleur développées dans le fil et dans le liquide du couple est constante pour une même quantité d'électricité; seulement, suivant la grosseur du fil, c'est tantôt l'une, tantôt l'autre de ces deux quantités qui est la plus considérable. J'employais dans ces expériences un couple dans lequel le liquide était de l'acide nitrique parfaitement pur et aussi concentré que possible, et dont les métaux étaient, d'une part, du platine, et, d'autre part, du zinc distillé, ou du cadmium. J'ai fait quelques essais avec d'autres métaux; ils sont encore trop peu nombreux pour que j'ose en consigner ici les résultats.

» Je ne me permettrai point encore de tirer des conséquences des recherches dont je viens de présenter le résumé à l'Académie. Je me bornerai à remarquer seulement que ce qui semble toujours déterminer le degré de réchauffement des différentes parties d'un circuit voltaïque, c'est la résistance qu'elles présentent.

» Je me permettrai, en terminant, de consigner ici un ou deux phénomènes curieux que j'ai eu l'occasion d'observer dans le cours des expériences que je viens de rappeler.

» Le premier de ces phénomènes est la formation d'une matière noire pulvérulente qui apparaît constamment quand on fait passer, pendant quelque temps, un fort courant voltaïque à travers de l'acide sulfurique

étendu de 6 à 10 parties d'eau, ou même plus. Cette poudre, qui reste longtemps en suspension dans le liquide, finit par se déposer au fond du vase; elle est du platine très-divisé. Ici le courant est toujours dirigé dans le même sens, ou du moins chaque électrode a peut-être servi alternativement quatre ou cinq fois au plus de pôle positif ou négatif à la pile. La désagrégation du platine, à laquelle est due cette matière pulvérulente, proviendrait-elle d'une oxydation qu'éprouverait l'électrode négatif par l'effet de l'oxygène qui, s'échappant en masse de l'électrode positif, est tenu en partie à l'état de dissolution dans le liquide, oxydation suivie constamment d'une réduction opérée par l'hydrogène qui se dégage au même pôle négatif?

» Un second phénomène que je tiens à signaler, c'est celui que manifeste, quand on le met dans le circuit d'un fort courant, un jet de mercure d'environ un millimètre de diamètre, qui soit sous une pression de deux atmosphères, dans une direction telle qu'il décrit une parabole. Il n'y a que la partie du jet très-rapprochée de l'orifice qui puisse transmettre le courant, phénomène qui est d'accord avec l'observation de M. Savart, que la veine liquide devient discontinue à une distance peu considérable de l'orifice. Et dans cette portion conductrice, la petite partie la plus distante de l'orifice est celle qui s'échauffe et devient incandescente. Mais, à cet état d'incandescence, elle présente un aspect curieux : au lieu de paraître avoir un mouvement de projection en avant, le filet de mercure semble être composé, dans sa portion rendue lumineuse par le courant, de globules brillants qui tournent avec une grande rapidité sur eux-mêmes.

» Enfin, un dernier phénomène que j'ai eu l'occasion d'observer, c'est un mouvement vibratoire très-prononcé qui accompagne la production de la lumière entre deux pointes de charbon mises chacune en communication avec les pôles d'une pile. Il n'est pas nécessaire que la pile soit bien forte. Les deux pointes de charbon sont tenues horizontalement par des tiges métalliques élastiques qui leur permettent de se toucher par leurs extrémités sans qu'il y ait la moindre pression de l'une contre l'autre. Aussitôt que le courant est établi, la lumière jaillit entre les pointes, et l'on entend comme une série très-rapide de petites détonations, qui, en se communiquant du charbon au métal, font vibrer ce dernier de manière à produire un son, et même à ce que les vibrations soient sensibles au contact. Cet effet n'est nullement dû à une alternative d'attractions et de répulsions électriques qui auraient lieu entre les deux pointes de charbon placées aux deux pôles; c'est ce dont je me suis assuré directement. Le bruit dont il s'agit n'a, du reste, aucun rapport avec celui que feraient deux pointes de charbon en étant

frottées l'une contre l'autre; d'ailleurs il est le même avec deux pointes du charbon le plus mou, comme du charbon de peuplier, et avec deux pointes du charbon le plus dur, tel que celui qu'on retire des cornues où l'on prépare le gaz. C'est une espèce de craquement régulier, qui s'opère entre les molécules du charbon traversées par le courant; craquement qui est suivi, comme on le sait, d'un transport de particules de charbon du pôle positif au pôle négatif. Avec l'éponge de platine on n'entend pas le même bruit, quoique cependant on voie les molécules de platine se détacher du pôle positif, et former par leur réunion comme des espèces de ramifications qui se dirigent vers le pôle négatif; ramifications que la haute température produite par le courant rend incandescentes et consolide par la fusion, de manière qu'on peut facilement les détacher sans altérer leur forme. »

RAPPORTS.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Suite des Notes annexées au rapport sur le Mémoire de* M. AMYOT; *par* M. AUGUSTIN CAUCHY rapporteur. (Voir le *Compte rendu* de la séance du 17 avril.)

NOTE SIXIÈME.

Sur les courbes qui renferment les foyers et les pôles correspondants d'une surface du second ordre.

« Considérons, comme dans la Note quatrième, une surface du second ordre, décrite par un point mobile dont les distances

$$r, \quad v, \quad v_{,},$$

à un certain foyer et à deux plans directeurs, soient liées entre elles par une équation de la forme

$$(1) \qquad r^2 = \theta \mathfrak{R},$$

θ désignant une constante positive, et la valeur de $\mathfrak{R}$ étant elle-même déterminée par l'une des équations

$$(2) \qquad \mathfrak{R} = v v_{,}, \quad \mathfrak{R} = \frac{1}{2}(v^2 + v_{,}^2).$$

Si, en supposant tous les points de l'espace rapportés à trois axes rectangulaires, on prend pour plan des x, y un plan mené par le foyer perpendicu-

lairement aux plans directeurs, on obtiendra pour $\mathfrak{R}$ une fonction entière des coordonnées x, y. D'ailleurs, en nommant alors x, y les coordonnées du foyer, mesurées parallèlement aux axes des x et des y, on aura encore

$$(3) \qquad r^2 = (x - \mathrm{x})^2 + (y - \mathrm{y})^2 + z^2.$$

Cela posé, l'équation (1) deviendra

$$(4) \qquad (x - \mathrm{x})^2 + (y - \mathrm{y})^2 + z^2 = \theta\mathfrak{R},$$

et représentera évidemment une surface du second ordre dont un plan principal sera le plan même des x, y.

» Si l'on veut obtenir la section faite dans la surface par le plan des x, y, il suffira de poser, dans l'équation (3), $z = 0$. Alors cette équation se trouvera réduite à la formule

$$(5) \qquad (x - \mathrm{x})^2 + (y - \mathrm{y})^2 = \theta\mathfrak{R},$$

qui coïncidera précisément avec l'équation (1) de la Note quatrième, et représentera une section conique. Ajoutons que cette section conique aura pour foyer le foyer de la surface, et pour directrices les traces des plans directeurs donnés.

» Concevons maintenant que l'on veuille faire coïncider la surface représentée par l'équation (3) avec une surface donnée du second ordre. On pourra, dans l'équation de cette dernière surface, faire évanouir le coefficient de z, en prenant pour plan des x, y un des plans principaux, puis diviser ensuite tous les termes par le coefficient de z^2, et réduire ainsi ce coefficient à l'unité. Alors, pour faire coïncider l'équation de la nouvelle surface avec l'équation (3), il suffira d'y remplacer z^2 par zéro, puis de faire coïncider l'équation ainsi obtenue avec l'équation (5), en suivant la marche tracée dans la Note précédente.

NOTE SEPTIÈME.

Sur un théorème d'analyse, et sur diverses conséquences de ce théorème.

» *Théorème.* Supposons que, plusieurs variables $x, y, z, \ldots$ étant rangées sur une circonférence de cercle, on divise la différence de deux variables consécutives par leur somme. En désignant par $u, v, w, \ldots$ les rapports ainsi

obtenus, on aura

$$(1) \quad (1+u)(1+v)(1+w)\ldots = (1-u)(1-v)(1-w)\ldots$$

» *Démonstration.* Si, pour fixer les idées, on suppose les variables x, y, z réduites à trois, on trouvera

$$(2) \quad u = \frac{y-z}{y+z}, \quad v = \frac{z-x}{z+x}, \quad w = \frac{x-y}{x+y};$$

puis on en conclura

$$\frac{y}{z} = \frac{1+u}{1-u}, \quad \frac{z}{x} = \frac{1+v}{1-v}, \quad \frac{x}{y} = \frac{1+w}{1-w},$$

et par suite l'équation identique

$$\frac{y}{z}\frac{z}{x}\frac{x}{y} = 1$$

donnera

$$\frac{1+u}{1-u}\frac{1+v}{1-v}\frac{1+w}{1-w} = 1,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(3) \quad (1+u)(1+v)(1+w) = (1-u)(1-v)(1-w).$$

La même démonstration subsistera évidemment, quel que soit le nombre des variables x, y, z,...

» 1er *Corollaire.* Lorsque le nombre des variables se réduit à trois, alors, en développant les deux membres de la formule (3), on trouve

$$(4) \quad u + v + w + uvw = 0,$$

ou, ce qui revient au même,

$$(5) \quad \frac{1}{vw} + \frac{1}{wu} + \frac{1}{uv} + 1 = 0;$$

et de la dernière équation, jointe aux formules (2), on tire

$$(6) \quad \frac{z+x}{z-x}\frac{x+y}{x-y} + \frac{x+y}{x-y}\frac{y+z}{y-z} + \frac{y+z}{y-z}\frac{z+x}{z-x} + 1 = 0.$$

» 2ᵉ *Corollaire*. Soient maintenant

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma;\quad \alpha_{,},\ \beta_{,},\ \gamma_{,},$$

les cosinus des angles formés par deux axes fixes avec trois axes coordonnés rectangulaires, et posons dans la formule (6)

$$x = \frac{\alpha_{,}}{\alpha},\qquad y = \frac{\beta_{,}}{\beta},\qquad z = \frac{\gamma_{,}}{\gamma}.$$

Cette formule donnera

$$(7)\quad \frac{\gamma_{,}\alpha + \gamma\alpha_{,}}{\gamma_{,}\alpha - \gamma\alpha_{,}}\,\frac{\alpha_{,}\beta + \alpha\beta_{,}}{\alpha_{,}\beta - \alpha\beta_{,}} + \frac{\alpha_{,}\beta + \alpha\beta_{,}}{\alpha_{,}\beta - \alpha\beta_{,}}\,\frac{\beta_{,}\gamma + \beta\gamma_{,}}{\beta_{,}\gamma - \beta\gamma_{,}} + \frac{\beta_{,}\gamma + \beta\gamma_{,}}{\beta_{,}\gamma - \beta\gamma_{,}}\,\frac{\gamma_{,}\alpha + \gamma\alpha_{,}}{\gamma_{,}\alpha - \gamma\alpha_{,}} + 1 = 0.$$

» 3ᵉ *Corollaire*. Considérons une surface du second ordre décrite par un point mobile dont les distances

$$r,\ v,\ v_{,},$$

à un certain foyer et à deux plans directeurs, soient liées entre elles par l'équation

$$(8)\qquad r^2 = \theta v v_{,},$$

θ désignant une constante positive. Si l'on nomme

$x,\ y,\ z$ les coordonnées du point mobile rapporté à trois axes rectangulaires,

$\mathrm{x},\ \mathrm{y},\ \mathrm{z}$ les coordonnées du foyer,

$k,\ k_{,}$ les perpendiculaires abaissées de l'origine sur les plans directeurs,

$\alpha,\ \beta,\ \gamma;\ \alpha_{,},\ \beta_{,},\ \gamma_{,}$ les cosinus des angles formés par ces perpendiculaires avec les demi-axes des coordonnées positives,

on aura

$$r^2 = (x - \mathrm{x})^2 + (y - \mathrm{y})^2 + (z - \mathrm{z})^2,$$
$$v = \mp(\alpha x + \beta y + \gamma z - k),\quad v_{,} = \mp(\alpha_{,}\mathrm{x} + \beta_{,}\mathrm{y} + \gamma_{,}\mathrm{z} - k_{,});$$

et par suite la formule (8) donnera

$$(9)\quad \left\{\begin{aligned} &(x - \mathrm{x})^2 + (y - \mathrm{y})^2 + (z - \mathrm{z})^2 \\ &= \pm\,\theta(\alpha x + \beta y + \gamma z - k)(\alpha_{,}x + \beta_{,}y + \gamma_{,}z - k_{,}). \end{aligned}\right.$$

Si maintenant on veut que la surface du second ordre, représentée par la formule (9), coïncide avec celle dont l'équation serait

$$(10)\quad \left\{ \begin{array}{c} Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy \\ + 2Gx + 2Hy + 2Iz \end{array} \right\} = K,$$

il faudra qu'on puisse réduire la formule (9), en multipliant tous ses termes par un certain coefficient s, à l'équation (10). Alors on aura, quels que soient x, y, z,

$$(11)\quad \left\{ \begin{array}{l} Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy \\ \qquad + Gx + 2Hy + 2Iz - K \\ = s\left[\begin{array}{l} (x - \mathrm{x})^2 + (y - \mathrm{y})^2 + (z - \mathrm{z})^2 \\ \mp \theta\,(\alpha x + \beta y + \gamma z - k)\,(\alpha_{,} x + \beta_{,} y + \gamma_{,} z - k_{,}) \end{array} \right]; \end{array} \right.$$

et par suite

$$(12)\quad \left\{ \begin{array}{l} Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy \\ = s[x^2 + y^2 + z^2 \mp \theta(\alpha x + \beta y + \gamma z)(\alpha_{,} x + \beta_{,} y + \gamma_{,} z)], \end{array} \right.$$

ou, ce qui revient au même,

$$(13)\quad \left\{ \begin{array}{l} (A - s)x^2 + (B - s)y^2 + (C - s)z^2 + 2Dyz + 2Ezx + 2Fxy \\ \quad = \mp \theta s(\alpha x + \beta y + \gamma z)(\alpha_{,} x + \beta_{,} y + \gamma_{,} z). \end{array} \right.$$

On aura donc

$$(14)\quad \frac{A - s}{\alpha\alpha_{,}} = \frac{B - s}{\beta\beta_{,}} = \frac{C - s}{\gamma\gamma_{,}} = \frac{2D}{\beta\gamma_{,} + \beta_{,}\gamma} = \frac{2E}{\gamma\alpha_{,} + \gamma_{,}\alpha} = \frac{2F}{\alpha\beta_{,} + \alpha_{,}\beta} = \mp \theta s;$$

et, comme on trouvera d'ailleurs

$$(\gamma\alpha_{,} - \gamma_{,}\alpha)(\beta\alpha_{,} - \beta_{,}\alpha) = (\gamma\alpha_{,} + \gamma_{,}\alpha)(\beta\alpha_{,} + \beta_{,}\alpha) - 2\alpha\alpha_{,}(\beta\gamma_{,} + \beta_{,}\gamma),$$

etc.;

on tirera de la formule (14)

$$\frac{EF}{(\gamma\alpha_{,} + \gamma_{,}\alpha)(\beta\alpha_{,} + \beta_{,}\alpha)} = \frac{EF + D(s - A)}{(\gamma\alpha_{,} - \gamma_{,}\alpha)(\beta\alpha_{,} - \beta_{,}\alpha)}, \text{ etc.};$$

ou, ce qui revient au même,

$$\frac{\gamma_{,}\alpha + \gamma\alpha_{,}}{\gamma_{,}\alpha - \gamma\alpha_{,}} \frac{\alpha_{,}6 + \alpha 6_{,}}{\alpha_{,}6 - \alpha 6_{,}} = - \frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{EF} + \mathrm{D}(s - \mathrm{A})}, \text{ etc.}$$

Cela posé, la formule (7) donnera

$$(15) \qquad \frac{\mathrm{EF}}{\mathrm{EF} + \mathrm{D}(s - \mathrm{A})} + \frac{\mathrm{FD}}{\mathrm{FD} + \mathrm{E}(s - \mathrm{B})} + \frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{DE} + \mathrm{F}(s - \mathrm{C})} = 1.$$

Telle est l'équation du troisième degré qui déterminera généralement la valeur du coefficient de réduction s. Cette équation est aussi celle à laquelle on parvient quand on fait tourner les plans coordonnés autour de l'origine, de manière à les rendre parallèles aux plans principaux de la surface représentée par l'équation (10). »

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Rapport sur un appareil présenté par* M. CHUARD *et ayant pour objet de prévenir les explosions du gaz dans les appartements et dans les mines de houille.*

(Commissaires, MM. Arago, Dumas, Regnault rapporteur.)

« L'Académie nous a chargés, MM. Arago, Dumas et moi, de lui faire un rapport sur un appareil présenté par M. Chuard, et ayant pour objet de prévenir les explosions du gaz dans les appartements et dans les mines de houille.

» Cet appareil, auquel l'auteur a donné le nom de *gazoscope*, est une espèce d'aréomètre à gaz, sensible à de très-petites variations survenues dans la densité de l'air au milieu duquel il se trouve plongé.

» L'appareil se compose d'un grand ballon en verre très-mince, soufflé à la lampe d'émailleur, et que l'auteur appelle *ballon aérien*. Ce ballon nage dans l'air dont il doit indiquer les variations de densité.

» Le ballon aérien porte à sa partie inférieure une tige en métal très-mince qui attache ce ballon à un second ballon plein d'air et hermétiquement fermé, appelé le *flotteur*. Ce second ballon flotte dans l'eau d'un réservoir. Pour maintenir tout l'appareil dans une position verticale stable, on a attaché au-dessous du flotteur une masse de plomb qui sert de lest.

» Le ballon aérien porte à sa partie inférieure un très-petit trou qui permet à l'air intérieur de se mettre continuellement en équilibre de tension

avec l'air extérieur; mais l'ouverture est trop petite pour permettre un mélange rapide des gaz intérieur et extérieur.

» Supposons le gazoscope placé près du plafond d'une chambre dans laquelle se détermine une fuite de gaz à éclairage, et admettons, pour le moment, que l'eau dans laquelle nage le flotteur conserve indéfiniment la même température. Le gaz carboné, en vertu de sa faible pesanteur spécifique, tendra à monter dans les parties supérieures de la chambre, c'est-à-dire dans celles où se trouve l'appareil, et diminuera d'une manière sensible la densité de l'air. Le ballon aérien, qui était en équilibre dans l'air avec sa densité primitive, tendra nécessairement à descendre dans l'air vicié qui a pris une densité moindre; le mouvement descendant sera d'autant plus prononcé que le ballon aérien aura une capacité plus grande, et que la tige qui le relie au flotteur aura un plus faible diamètre.

» Pour rendre le mouvement descendant du ballon aérien sensible, M. Chuard fixe sur la tige un petit disque en acier, et il place, sur le couvercle du réservoir renfermant l'eau du flotteur et immédiatement autour du trou qui laisse passer la tige de l'instrument, un aimant en fer à cheval. Cet aimant tend à attirer le disque fixé sur la tige, et, par suite, à faire descendre tout l'appareil. Dans la position d'équilibre du ballon aérien, le disque de fer se trouve hors de la sphère d'activité de l'aimant; mais lorsque ce ballon vient à descendre par suite du mélange du gaz à éclairage avec l'air extérieur, le disque pénètre bientôt dans la sphère d'activité de l'aimant, son mouvement descendant s'accélère, et il vient se fixer sur l'aimant. A une petite distance de l'aimant, le disque descendant rencontre un levier qu'il fait tourner, ce levier fait partir un petit carillon qui donne l'éveil et prévient qu'il y a danger.

» L'appareil, tel que nous venons de le décrire, suffirait, si, comme nous l'avons supposé, la température restait indéfiniment la même; mais il n'en sera pas ainsi, si la température vient à changer d'une manière notable. En effet, si la température vient à s'élever, l'eau dans laquelle nage le flotteur diminue de densité; le volume du flotteur augmente, il est vrai, par la dilatation, mais cette augmentation de volume ne suffit pas pour compenser la diminution de densité de l'eau, de sorte que l'appareil descendra, bien que l'air ait conservé sa composition normale.

» M. Chuard a proposé plusieurs procédés pour obvier à cet inconvénient: nous nous contenterons d'en indiquer deux, qui nous ont paru les plus efficaces.

» Le premier procédé consiste à prendre deux appareils bien réglés, aussi

semblables que possible, à plonger leurs flotteurs dans la même caisse remplie d'eau, à attacher les deux lentilles de plomb qui servent de lest aux deux extrémités d'un fléau de balance très-mobile plongé dans l'eau. Le ballon aérien de l'un des appareils se trouve dans l'air libre, sous une cloche qui communique avec l'air extérieur au moyen d'un tube effilé, qui suffit pour permettre l'équilibre de pression, mais qui ne suffit pas pour le mélange des gaz intérieur et extérieur. De cette façon, les deux appareils restent naturellement en équilibre pour tous les changements de température éprouvés par l'eau de la cuve.

» Si l'air de l'appartement vient à diminuer de densité par l'introduction subite d'une certaine quantité de gaz d'éclairage, le ballon flottant dans l'air libre tendra seul à descendre, mais il devra communiquer un mouvement ascendant au ballon placé sous la cloche.

» L'appareil ainsi construit a l'inconvénient d'être très-compliqué, et il devrait être exécuté avec une extrême perfection pour avoir le degré de sensibilité convenable.

» Le second procédé proposé par M. Chuard, et auquel il donne la préférence, est plus simple et d'une exécution plus facile. Il consiste à compenser la différence de dilatation de l'eau et du flotteur, en faisant entrer dans le système du flotteur un certain volume d'un autre corps plus léger que l'eau et ayant une dilatation plus grande. Le corps choisi à cet effet est l'huile d'œillette. Pour cela, M. Chuard attache au-dessous du ballon flotteur un petit ballon en verre renversé dont le col est ouvert. Ce ballon, plein de liquide, communique par conséquent librement par le bas avec l'eau du réservoir. Le lest est alors attaché au-dessous de ce ballon compensateur. On introduit dans le ballon compensateur, dont le volume a été convenablement choisi, une certaine quantité d'huile qui, à cause de sa faible densité, monte à la partie supérieure. La quantité d'huile introduite doit être telle que quand la température du réservoir vient à s'élever d'un nombre assez considérable de degrés, de 15 à 20 degrés par exemple, l'appareil flottant n'en conserve pas moins son équilibre.

» Lorsque la température vient à s'élever, l'appareil flottant tend à descendre en vertu de la plus grande dilatation de l'eau. Mais lorsque cet appareil est muni de son ballon compensateur, la dilatation que subit l'huile tend à faire monter l'appareil par deux causes, 1° parce qu'elle se dilate plus que l'eau, et, par suite, que sa densité diminue plus rapidement que celle de ce second liquide; 2° parce que, en se dilatant, l'huile fait sortir une portion de l'eau, c'est-à-dire du liquide le plus lourd renfermé dans le ballon compen-

sateur. Ainsi la pesanteur spécifique relative du ballon compensateur diminue avec l'élévation de température, tandis que celle des autres parties de l'appareil va en augmentant. La compensation entre ces deux effets est obtenue en choisissant convenablement le volume du ballon compensateur et la quantité d'huile qu'on y introduit. On conçoit, d'ailleurs, que cette compensation ne peut jamais être parfaite, et qu'elle est d'autant plus difficile à établir que l'on veut donner une plus grande sensibilité à l'appareil.

» Le gazoscope ainsi modifié fonctionne très-bien, quand on ne veut pas lui faire indiquer une quantité de gaz hydrogène carboné plus faible que $\frac{1}{20}$, quantité qui est encore assez loin de celle pour laquelle il y aurait danger d'explosion, et qui correspond à $\frac{1}{15}$ environ. Mais si l'on veut que l'appareil indique des quantités plus faibles, comme $\frac{1}{150}$ ou $\frac{1}{200}$, ce moyen de compensation ne suffit pas, surtout si la température de l'eau du réservoir change rapidement. Dans ce cas, l'huile du ballon compensateur est toujours un peu en retard pour la température sur l'eau extérieure, ce qui suffit pour troubler la compensation.

» M. Chuard apporte, dans ce cas, un nouvel appendice à son appareil, mais cette addition a l'inconvénient de le compliquer beaucoup, et surtout de le rendre tellement délicat et fragile, qu'il nous paraît difficile que l'appareil ainsi modifié puisse recevoir une application un peu étendue.

» Cette addition consiste en une tige métallique horizontale fixée à la tige verticale qui relie le ballon aérien au flotteur. La tige horizontale porte à son autre extrémité une petite capsule légère en verre, elle est guidée dans sa marche verticale par une coulisse formée de deux fils métalliques; cette coulisse, rectiligne et verticale dans la plus grande partie de son étendue, se recourbe à sa partie supérieure : le ballon aérien est arrêté dans sa marche ascendante par la coulisse, et la petite capsule se trouve alors déviée de la verticale qu'elle suit en descendant. Dans cette position, la capsule se trouve placée immédiatement au-dessous d'un tube effilé qui laisse tomber de temps en temps une petite goutte d'eau provenant d'un réservoir supérieur. La capsule reçoit par conséquent dans cette position la goutte d'eau, augmente de poids, et fait ainsi descendre l'appareil flottant d'une petite quantité, qui est telle que la tige horizontale vient maintenant se fixer en un point de la partie verticale de la coulisse. La capsule ne reçoit plus alors la goutte d'eau; au contraire, l'eau qu'elle renferme s'évapore; l'appareil, par suite, diminue de poids, et au bout d'un certain temps prend un mouvement ascendant, par suite duquel la capsule vient de nouveau se placer dans la position où

elle reçoit la goutte d'eau, ce qui la fait redescendre dans la partie verticale de la coulisse, qui est la position normale d'équilibre.

» Vos Commissaires ont fait quelques expériences sur l'appareil ainsi modifié de M. Chuard, afin de vérifier les faits annoncés par l'auteur. L'appareil a été placé dans une caisse en bois, dont une partie des parois était vitrée. La capacité de cette caisse, déduction faite de l'espace occupé par l'appareil lui-même, était de 165 litres. La température de l'air de la caisse était de 10 degrés au commencement de l'expérience; on a élevé lentement cette température jusqu'à 25 degrés. L'appareil n'a pas descendu d'une manière sensible. Ainsi, entre ces limites de température, le gazoscope était suffisamment compensé.

» Dans une autre expérience, l'appareil étant en équilibre, on a fait entrer dans la caisse, par une petite soupape pratiquée à la partie inférieure, $1 \frac{1}{2}$ litre de gaz d'éclairage. L'appareil est immédiatement descendu, et la plaque de fer est venue s'appliquer contre l'aimant: ainsi le gazoscope a fonctionné dans ce cas pour $\frac{1}{100}$ de gaz.

» Dans une troisième expérience, l'appareil est descendu pour une proportion de gaz encore plus faible, qui ne s'élevait pas à $\frac{1}{150}$.

» M. Chuard propose l'emploi de son appareil pour prévenir les explosions dans les édifices éclairés par le gaz. L'appareil serait alors attaché au plafond de la pièce, il serait d'ailleurs renfermé dans une gaze ou dans une cage en toile métallique, afin de le préserver de toute détérioration.

» Vos Commissaires ne pensent pas pouvoir se prononcer sur le succès que peut obtenir l'appareil de M. Chuard dans l'application. Il est à craindre que sa grande fragilité et sa construction délicate ne soient des obstacles très-grands à son adoption dans la pratique.

» Les mêmes objections peuvent, à plus forte raison, être produites contre l'emploi de l'appareil dans les mines de houille pour prévenir les explosions du *grisou*. Dans les mines de houille, le gaz inflammable s'accumule principalement dans les parties supérieures des travaux, dans les parties les plus élevées des tailles : or celles-ci marchent continuellement en avant, à mesure que le mineur abat de la houille. Ainsi il faudrait d'abord, dans une mine, autant d'appareils qu'il y a de fronts de taille, et ces appareils devraient être continuellement transportés à mesure de l'avancement de l'exploitation. Or, si l'on réfléchit, d'un côté, à la fragilité de l'appareil, et, de l'autre, à l'irrégularité des excavations, on concevra que ce transport serait très-peu praticable.

» Cependant vos Commissaires pensent que, dans quelques cas, l'appareil de M. Chuard peut rendre des services dans les houillères très-chargées de

gaz, en permettant d'étudier l'aérage de la mine, et donnant des indications pouvant servir à le régler. L'appareil serait alors placé à poste fixe dans une partie des galeries ou des excavations que l'on aurait intérêt à surveiller, et sa marche pourrait indiquer, pour ainsi dire, la quantité de gaz qui se trouve à chaque instant mêlée à l'air. Comme la température ne varie que très-peu, et en général lentement, dans les mines, on pourrait débarrasser l'appareil de la plupart des appendices qui le compliquent à l'excès. On pourrait également, comme le propose M. Chuard, remplacer la tige cylindrique verticale qui relie le ballon aérien au flotteur, par une tige plate sur laquelle seraient tracées des divisions : l'appareil fonctionnerait alors comme un aréomètre à volume variable, et, si sa graduation a été faite convenablement, il pourra indiquer d'une manière suffisamment exacte la composition de l'air à un moment quelconque.

» Vos Commissaires, prenant en considération les efforts que M. Chuard a faits pour résoudre une question qui intéresse à un si haut degré l'humanité, ont l'honneur de proposer à l'Académie de remercier l'auteur de sa communication. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉTALLURGIE. — *Rapport sur un ouvrage ayant pour titre :* De la production des métaux précieux au Mexique, considérée dans ses rapports avec la géologie, la métallurgie et l'économie politique, *présenté à l'Académie des Sciences par* M. Saint-Clair-Duport.

(Commissaires, MM. Berthier, Dumas, Élie de Beaumont, Boussingault, Becquerel rapporteur.)

« Dans son *Essai politique sur la Nouvelle-Espagne,* M. de Humboldt a fait connaître l'état des mines du Mexique, le produit en or et en argent, la richesse moyenne des minerais, la consommation annuelle du mercure dans l'amalgamation, et, enfin, la quantité de métaux précieux exportée de la Nouvelle-Espagne, depuis la conquête jusqu'en 1803, époque de son retour en Europe.

» La guerre de l'Indépendance, les changements politiques survenus dans le pays, d'autres causes qui en sont la conséquence, ayant apporté de grandes modifications dans la production des mines en général, il devenait important de reprendre la question au point où l'avait laissée M. de Humboldt. C'est ce que vient de faire M. Duport dans un travail très-étendu qu'il vient

de présenter à l'Académie, et renvoyé à l'examen d'une Commission composée de MM. Berthier, Dumas, Élie de Beaumont, Boussingault, et moi.

» M. Duport, habitant presque sans interruption le Mexique depuis seize ans, s'est trouvé, en raison de ses relations avec les principales compagnies minières, et de la considération qu'il s'y est acquise dans ses opérations industrielles relatives à l'affinage de la monnaie de Mexico, dans la position la plus favorable, non-seulement pour étudier, mais encore pour apporter des perfectionnements à la métallurgie de l'argent.

» Pour atteindre ce but, il a visité, à diverses reprises, les principaux gîtes métallifères, depuis Tasco jusqu'à Guadalupe y Calvo, dans les états de Sonora et de Chihuahua, en parcourant un espace de plus de 6000 kilomètres. Les observations qu'il a recueillies sur la géologie, la minéralogie, les arts métallurgiques, sont consignées dans l'ouvrage dont nous allons rendre compte, en suivant l'ordre qu'il a lui-même adopté.

» Jusqu'ici nous n'avions de documents relatifs à la géognosie du Mexique que quelques renseignements de Sonneschmidt, publiés vers la fin du siècle dernier, les travaux de M. de Humboldt, et ceux beaucoup plus récents de M. Burkart. M. Duport s'est particulièrement attaché, dans la description géologique qu'il nous a donnée du Mexique, aux terrains métallifères qui, suivant lui, sont difficiles à distinguer, soit suivant leur âge, soit suivant leur nature minéralogique. Il est entré aussi dans quelques détails sur la géologie générale du pays, dont nous n'avons pas à nous occuper ici, attendu que nous nous attacherons particulièrement à la partie métallurgique; toutefois, nous dirons que les roches principales dans lesquelles se trouvent les filons argentifères sont les schistes argileux et talqueux, la diorite, le calcaire qui semble se rapporter à la formation jurassique, et quelquefois les porphyres : quant aux roches volcaniques, à l'exception de celles de Bolaños, elles renferment très-rarement de l'argent.

» Le Mexique a été divisé, sous le rapport de la température, en trois climats différents, pays froid (*tierra fria*), pays tempéré (*tierra templada*), et pays chaud (*tierra caliente*), où la végétation est des plus actives; c'est dans le second que se trouvent presque tous les gîtes métallifères, dont M. Duport a fait quatre classes principales :

» 1°. Gîtes se trouvant dans des roches formant la chaîne même des montagnes, tels que Real del Monte et Pachuca;

» 2°. Filons existants dans des roches différentes de celles de la chaîne principale, comme Guanaxato et Tasco;

» 3°. Filons situés dans un soulèvement isolé, comme Zacatecas et Catorce;

» 4°. Filons qui se trouvent en plaine, tels que Ramos, le Fresnillo et Plateros.

» Presque tous les filons courent entre le sud et l'ouest; ceux qui ont fourni les plus grandes richesses se rapprochent beaucoup de la ligne passant par le nord-ouest et le sud-est. Leur inclinaison est plutôt vers le nord que vers le sud, et l'angle qu'elle fait avec l'horizon est rarement au-dessous de 45 degrés. Les principaux gîtes métallifères sont de véritables filons, et en général les couches métallifères sont peu abondantes.

» La puissance des filons varie depuis quelques décimètres jusqu'à plus de quarante mètres, comme à Guanaxato; mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que les salbandes sont fréquemment imprégnées d'argent, ainsi que la roche encaissante jusqu'à 1 ou 2 mètres de distance.

» Quant à la teneur du filon, à mesure que l'on s'éloigne de la crête, M. Duport a constaté qu'il n'y a rien de fixe à cet égard; cependant la grande richesse en argent se trouve, en général, depuis 100 jusqu'à 400 mètres de profondeur. Néanmoins, par exception, les exploitations de la Sonora et de Chihuahua ont la plus forte teneur vers la crête; toutefois, il ne faut pas dépasser une certaine limite au delà de laquelle la teneur diminue. Cette circonstance, jointe à l'augmentation des frais d'extraction et d'épuisement, est la cause de la cessation des travaux de la plus profonde des mines du Mexique, la *Valenciana*, qui a produit de si grandes richesses et dont la profondeur est de 650 mètres.

» M. Duport considère les filons comme présentant deux zones tranchées à partir du sol. La première est composée de minerais appelés *colorados*, en raison de la couleur que leur donne la présence de l'hydrate de peroxyde de fer, et qui sont formés de quartz grisâtre, dont les cavités sont remplies d'oxydes métalliques. La seconde renferme des minerais qui ont reçu le nom de *negros*, en raison de la couleur foncée que lui donnent les sulfures de plomb et de zinc. Dans les deux zones, suivant l'opinion de M. Duport, les métaux étaient primitivement à l'état de sulfures; mais dans la région des *colorados*, les agents atmosphériques ont donné lieu à des actions chimiques qui ont dû produire de nouvelles combinaisons. Il est à remarquer que cette zone des *colorados* est d'autant moins profonde que le filon est d'une nature plus résistante. Quand le quartz domine et lorsque les sulfures métalliques sont peu abondants, la décomposition n'arrive qu'à quelques mètres; mais quand la gangue renferme de la chaux, et lorsque les pyrites et autres sul-

fures abondent, la décomposition atteint quelquefois plusieurs centaines de mètres.

» La composition des minerais d'argent du Mexique n'a été bien connue que depuis que M. Duport a mis à même les chimistes d'Europe d'analyser des échantillons pris sur un certain nombre de quintaux qu'il avait apportés avec lui il y a deux ans, lesquels provenaient des principaux gîtes du Mexique, tels que Guanaxato, Zacatecas, Pachuca, Fresnillo, etc., dans le but de se livrer à des expériences dont nous parlerons dans un instant.

» Ces minerais diffèrent peu les uns des autres par leur nature; ils sont en général composés de quartz compacte, moucheté ou veiné de matières métalliques. La pyrite de fer, qui domine toujours, est fréquemment accompagnée de blende, de mispickel et de galène; et en outre, à l'état de dissémination extrême, de l'argent métallique, de l'argent sulfuré et de l'argent rouge; rarement du chlorure d'argent ainsi que du bromure, dont l'existence a été constatée par l'un des chimistes qui s'était chargé de l'examen de ces minerais.

» Les analyses de ces minerais ne peuvent manquer d'intéresser les exploitants; car, outre les avantages qu'ils retireront de la connaissance exacte de leur composition, ils sauront que par des préparations mécaniques, en employant un lavage méthodique, ou un autre procédé analogue, on peut arriver, surtout pour celui de Guanaxato, à obtenir des schlichs qui renferment presque toutes les substances métalliques. Du jour où cette concentration du minerai d'argent s'effectuera, on aura fait faire un progrès immense à la métallurgie de l'argent.

» Les gîtes métallifères qui ont particulièrement attiré l'attention de M. Duport, et sur lesquels portent ses observations, sont ceux de Guanaxato, Zacatecas, Fresnillo, Sombrerete, Catorce, Guadalupe y Calvo, Tasco, Ramos, Angeles, la Blanca ojo, Caliente. Il expose avec détail tout ce qui concerne les travaux souterrains des mines, l'extraction, le triage et le transport du minerai, etc., etc.

» Relativement à la force motrice nécessaire, soit pour l'épuisement des eaux, l'extraction du minerai et sa trituration mécanique, il montre que l'on ne peut employer la vapeur que dans très-peu de localités, en raison du manque presque total de combustible. Le Fresnillo, Bolaños et Real del Monte sont les seules exploitations où cet agent ait été utilement employé; sans lui, la première de ces mines, qui, en 1841 et 1842, a fourni le *huitième* de l'argent produit au Mexique, aurait cessé d'être exploitée. Aujourd'hui, son usine traite 100 000 kilogrammes de minerai par vingt-quatre heures.

» Le souvenir des bénéfices immenses faits jadis dans l'exploitation des mines d'argent au Mexique porte encore aujourd'hui les spéculateurs à former de nouveaux établissements dès l'instant que l'on découvre des affleurements de filons qui ne présentent encore que de faibles indices de richesse; mais si les exploitants, mieux informés qu'ils ne le sont souvent, se rendaient un compte exact, en consultant des travaux statistiques bien exécutés, des frais d'extraction et de traitement, des avantages probables qui peuvent en résulter; s'ils possédaient des connaissances géologiques généralement plus étendues que celles qui sont répandues dans le pays, guidés alors par des données plus certaines, ils pourraient se livrer à des entreprises qui, souvent mal entendues, causent la ruine des compagnies et rebutent les capitalistes séduits d'abord par l'appât du gain. Sous ce rapport, l'ouvrage dont nous rendons compte ne pourra manquer de leur être utile.

» M. Duport a traité la question de la production de l'or et de l'argent avant la conquête, sans entrer toutefois dans des détails aussi étendus que M. de Humboldt. Suivant lui, les anciens Mexicains se bornaient à recueillir les métaux précieux par le lavage, autant qu'on en peut juger d'après la proportion de l'or relativement à l'argent, dans le butin que fit Cortez. On trouve effectivement, dans la première partie de la *Lettre de Cortez à Charles-Quint*, que cette proportion était comme 21 est à 5, et bien différente de ce qu'elle est aujourd'hui. Dès que les Espagnols furent maîtres du pays, ils commencèrent à traiter les minerais par la fonte; mais les produits furent d'abord très-limités, en raison de la rareté du combustible, ou même de son manque absolu dans certaines localités, et de l'absence de chutes d'eau.

» Cet état de choses changea à l'époque de la découverte de l'amalgamation au *patio*, qui ne demande que 1 pour 100 en combustible de la valeur de l'argent, laquelle permit d'extraire l'argent de minerais ayant une teneur trop faible pour être traités par la fonte, même dans les mines d'Europe.

» Trois traitements sont aujourd'hui en usage au Mexique : la fonte, l'amalgamation à froid (*patio*), et l'amalgamation à chaud (*cazo*). L'amalgamation à froid domine les deux autres : sans l'emploi de cette méthode, les produits seraient bien faibles.

» Le traitement par la fonte est très-dispendieux, à cause de la rareté du combustible et des chutes d'eau, et parce qu'il n'a pas reçu les perfectionnements résultant des améliorations apportées dans la construction des fourneaux et de l'emploi raisonné des fondants; on ne l'emploie ordinairement que pour les minerais riches. Les fondants sont la litharge et un carbonate

de soude (*tequez quite*) qui se trouve en assez grande quantité dans quelques localités voisines des exploitations.

» L'amalgamation à froid (*patio*) a particulièrement attiré l'attention de M. Duport, qui s'est attaché à ne rien omettre de ce qui peut éclairer sur ce mode de traitement. C'est ainsi qu'il donne le prix des ingrédients, sel marin, *magistral* ou sulfate de cuivre, et du mercure; qu'il fait connaître les localités où chacune des usines se procure le sel dont elle a besoin. Le prix du sel de colima, à Guanaxato ou à Zacatecas, est de 12 piastres les 3 quintaux espagnols, ou environ 43 francs pour 100 kilogrammes.

» Le *saltierra*, qui, d'après l'analyse qui en a été faite dernièrement, ne renferme qu'un cinquième de chlorure de sodium, revient ordinairement, à Zacatecas, à 4 piastres $\frac{3}{8}$ les 200 livres de sel, qui, en sel de colima, coûteraient 8 piastres.

» M. Duport fait connaître le mode de fabrication du *magistral* dans divers districts de mines, tels que Zacatecas, Guanaxato et autres moins importants.

» Le *magistral* employé à Guanaxato renferme un cinquième en sulfate anhydre de cuivre; on le forme avec des pyrites cuivreuses convenablement grillées. La sulfatation est faite avec tant de soin, que le *magistral* ne renferme que 4 p. 100 d'oxyde de cuivre libre. Rien enfin n'a été omis de ce qui puisse éclairer l'exploitation, sur les moyens de reconnaître sa bonne qualité, son prix dans diverses localités, etc., etc.

» Aussitôt la découverte de l'amalgamation, le gouvernement s'empara du monopole du mercure. Les tableaux que M. Duport a dressés dans son ouvrage démontrent l'influence que la baisse successive de son prix, consentie par la cour de Madrid, a exercée sur la production de l'argent au Mexique. En 1766, il revenait à 42 piastres 36 réaux le quintal, prix qui se maintint jusqu'à l'indépendance du Mexique. Le commerce étant devenu libre, le prix du mercure varia de 50 à 70 piastres. Cet état de choses dura jusqu'à ce qu'un capitaliste puissant, s'étant rendu adjudicataire des produits de la mine d'Almaden, en porta le prix jusqu'à 130 et même 150 piastres, suivant que les mines étaient plus ou moins éloignées de la mer. Cette hausse de prix exorbitante n'a pas peu contribué à paralyser ou du moins ralentir la métallurgie de l'argent.

» M. Duport donne ensuite, pour ainsi dire, l'histoire de l'amalgamation mexicaine, en commençant par décrire les préparations mécaniques, et faisant connaître les diverses phases de l'opération, ainsi que les théories qui ont été successivement données de ce procédé ingénieux. Il nous montre

Sonneschmidt considérant l'action du sel marin et du *magistral* comme bornée aux éléments électro-négatifs que ces composés renferment; M. Karsten annonçant la faculté que possède une solution saturée de sel marin de dissoudre le chlorure d'argent et l'influence du bichlorure de cuivre; l'un de vos Commissaires expliquant le premier de quelle manière s'opérait la chloruration du sulfure d'argent par le bichlorure de cuivre. Toutes ces découvertes successives servent aujourd'hui de bases à la théorie de l'amalgamation; mais il restait encore à connaître une foule de faits de détail, dont on sera redevable à M. Duport. Nous allons exposer, le plus succinctement possible, les principaux phénomènes de l'amalgamation tels qu'il les a décrits.

» Le mercure se comporte comme agent chimique et comme simple dissolvant : dans le premier cas, il réagit sur le chlorure d'argent qu'il décompose pour se combiner avec le chlore; dans le second, il s'empare de l'argent métallique disséminé en parcelles plus ou moins ténues dans le minerai.

» Le bichlorure de cuivre, formé au contact du *magistral* et du sel marin, en réagissant sur le sulfure d'argent, chlorure l'argent, et se change en sulfure, suivant les expériences de M. Boussingault; mais cette chloruration n'est que superficielle, comme l'a observé M. Duport dans des expériences faites avec soin.

» En raison du double rôle que joue le mercure dans l'amalgamation, sa perte peut être attribuée à trois causes :

» 1°. A la réduction du chlorure d'argent par le mercure;

» 2°. A l'action chlorurante directe du bichlorure de cuivre sur le mercure;

» 3°. A l'action mécanique.

» La dernière est peu importante. On peut éviter en partie la première en employant un métal plus oxydable que le mercure. Pour se rendre maître de la seconde, il faut séparer la chloruration des sulfures d'argent de l'amalgamation; mais dans le *patio*, la chloruration n'étant que superficielle, et la quantité de sel marin employée étant beaucoup trop petite pour dissoudre à la fois tout l'argent chloruré, la présence du mercure devient indispensable pendant toute la durée de l'opération. De là vient la perte. M. Duport, par ses expériences, est arrivé à cette conclusion, qu'une solution saturée de sel marin, à la température ordinaire, dissout par litre 0gr.,570 d'argent combiné avec le chlore; que son pouvoir dissolvant semble suivre une proportion constante avec la température, et qu'aux environs de la température de l'ébullition, ce pouvoir est quatre fois plus considérable qu'à 10 degrés, et qu'il est extrêmement faible près de zéro.

» En chlorurant par voie sèche, comme en Saxe, réduisant par le fer et

amalgamant ensuite, la perte du mercure est réduite à la perte mécanique. Mais cette opération préliminaire exige du combustible et trois à quatre fois le poids du sel employé au *patio*, dont le prix, au Mexique, représente une fois et demie la valeur du mercure perdu, quoique son prix actuel soit presque quadruple de celui auquel le livrait le gouvernement espagnol.

» Bien que les Mexicains possèdent une très-grande habileté dans la méthode du *patio*, néanmoins ils laissent encore dans les résidus une teneur en argent plus ou moins forte, suivant qu'il se trouve dans les minerais une plus ou moins forte proportion de doubles sulfures.

» A Guanaxato, où le minerai est composé d'argent natif ou de sulfure avec peu de pyrites, de galène ou de blende, la perte est de 10 p. 100 de la richesse totale.

» Au Fresnillo, où le minerai abonde en galène, pyrites et blende, elle est de 28 p. 100.

» A Zacatecas, dont le minerai renferme beaucoup d'argent antimonié sulfuré, la perte est de 35 à 40 p. 100 : quelquefois toutes ces pertes, qui vont jusqu'aux deux cinquièmes de la richesse totale, n'auraient pas lieu si l'on possédait une bonne méthode de chloruration par la voie humide, et vers laquelle toutes les recherches de la chimie doivent se diriger. Que d'avantages n'en résulterait-il pas pour la production des métaux précieux au Mexique, où les exploitants se découragent facilement en raison du peu de bénéfices que leur procure cette production !

» Un fait bien digne de remarque, c'est que depuis la découverte de l'amalgamation au *patio*, due à Medina del Campo, c'est-à-dire depuis trois siècles, les progrès de la chimie n'ont apporté aucun changement dans la manière dont elle se pratiquait alors, de sorte qu'elle semble avoir atteint de suite la perfection. En effet, M. Duport, qui a eu à sa disposition les archives de la famille de Cortez, y a trouvé des documents qui prouvent que la quantité d'argent extraite des minerais de Tasco, de 1570 à 1585, correspond à une teneur de 0,0016, et la perte de mercure à 150 p. 100 du poids de l'argent obtenu; proportions sensiblement les mêmes que celles observées dans les minerais et l'amalgamation à l'époque actuelle.

» M. Duport croit devoir conclure de ses observations et de ses expériences, qu'à moins de trouver un moyen facile et économique de chlorurer complétement à froid le sulfure d'argent et les doubles sulfures, ou un nouveau dissolvant pour le chlorure d'argent plus énergique que l'eau salée et moins dispendieux que l'ammoniaque, le traitement du *patio* est peu susceptible d'améliorations importantes.

» L'amalgamation à chaud (*cazo*), imaginée par Alonzo Barba, et ainsi dénommée parce qu'elle s'opère à l'aide de la chaleur dans une chaudière à fond de cuivre, métal qui réduit le chlorure d'argent, est moins usitée au Mexique que dans l'Amérique du Sud, où les minerais renferment une plus grande quantité de chlorure d'argent ou de bromure, condition indispensable à l'amalgamation. Au Mexique, on ne l'applique que dans les localités où se traitent les *colorados* qui renferment ordinairement de l'argent métallique, du chlorure et du bromure d'argent.

» On fait subir aux minerais la même préparation mécanique que pour l'amalgamation au *patio*. L'ouvrage de M. Duport renferme les plans, tous les détails relatifs à la construction des appareils, à la conduite de l'opération au produit brut en argent, etc., détails qui n'étaient encore connus que d'une manière imparfaite.

» Ayant reconnu sur-le-champ que ce traitement, peu employé au Mexique, était susceptible de grands perfectionnements, M. Duport se transporta dans une des principales exploitations, y établit une usine (*hacienda*) dans le but d'y faire des expériences sur la plus grande échelle possible, c'est-à-dire sur 5 et même 10 quintaux de minerais à la fois, pour voir s'il ne serait pas possible de réduire la perte du mercure au point de la rendre presque insignifiante et de s'assurer s'il ne serait pas possible de traiter tous les minerais d'argent du Mexique par ce procédé. Son intention est de faire connaître ultérieurement à l'Académie les résultats de ces expériences, qui sont d'autant plus importantes qu'elles ont été faites de manière à ce qu'il n'y ait rien à changer dans le dispositif des appareils qui lui ont servi, pour être employés dans une entreprise industrielle. Bien qu'il n'ait encore rien publié, nous devons dire, d'après la communication qu'il a bien voulu nous en faire, qu'il a trouvé l'ingénieux moyen de diminuer la perte du mercure en ne mettant dans le minerai que quatre fois en mercure le poids de l'argent contenu, et ce à diverses reprises, de manière à faire un amalgame en proportion définie; car, tant que le mercure ne dépasse pas cette proportion, le chlorure d'argent est décomposé par le cuivre et non par le mercure, et, de plus, le fond de cuivre du *cazo* ne s'amalgame pas; inconvénient qu'on ne saurait trop s'attacher à éviter, par la raison que l'opération cesse sitôt que cette amalgamation a lieu. Nous ajouterons qu'un autre perfectionnement non moins important que le précédent, et dont M. Duport se réserve la publication, perfectionnement dont l'un de vos Commissaires, le rapporteur, a vérifié l'exactitude, complète les travaux de recherches de M. Duport dans les perfectionnements qu'il a cherchés à apporter dans le traitement de tous les

minerais d'argent au *cazo*, les galènes argentifères exceptées, dont l'un de vos Commissaires s'est particulièrement occupé.

» M. Duport, en traitant la question des métaux précieux au Mexique, ne s'est pas borné à décrire géologiquement le pays, à faire connaître les principaux gîtes métallifères, le mode d'extraction du minerai dans chacun d'eux, les différents modes de traitement, le produit moyen de chaque usine; mais il est encore entré dans de grands développements concernant les droits perçus sur les produits des mines, sur les essais, les ateliers de départ, les hôtels des monnaies, la comparaison des valeurs monnayées à diverses époques, les droits d'exportation, le coût moyen de la production, et les probabilités de variation dans la production. Il a donc envisagé la question dans toute son étendue, puisqu'il l'a traitée scientifiquement, pratiquement, et sous le point de vue de l'économie politique. L'Académie ne verra pas sans intérêt les résultats consignés à cet égard dans les chapitres relatifs aux diverses matières que nous venons d'indiquer.

» En 1504, peu après la conquête, l'impôt fut fixé par la cour de Madrid, au cinquième du produit (*quinto*); en 1548, il fut réduit au dixième. Il existait encore des droits supplémentaires, sur la fonte, l'essai, la marque, qui continuèrent à être perçus jusqu'à l'émancipation politique du Mexique. En 1822, les droits furent réduits à 3 p. 100 de la valeur des métaux; ensuite on y ajouta un autre droit de $1\frac{1}{2}$ p. 100, portant sur l'établissement de la mine.

» Quant aux essais, aux ateliers de départ, aux hôtels des monnaies, du Mexique, bien que M. Duport donne à ce sujet des détails pleins d'intérêt et tout à fait nouveaux, il nous a paru impossible d'en parler, même succinctement, dans la crainte de donner une trop grande étendue à ce rapport. Néanmoins, nous avons cru devoir rendre compte du coût de la production, question fondamentale, où réside en quelque sorte l'avenir de la métallurgie mexicaine et que M. Duport a traitée de la manière la plus explicite et la plus satisfaisante.

» M. Duport établit ainsi la production par chacun des trois modes de traitement : l'amalgamation à froid fournit à elle seule 82 p. 100; l'amalgamation à chaud, 8 ; la fonte, 10. Relativement au coût de l'argent obtenu par ces différents traitements, on concevra qu'il faut prendre en considération des éléments divers, qui compliquent singulièrement la question. Pour en faciliter la solution, M. Duport prend pour point de départ 1 kilogramme d'argent à bord d'un navire partant d'un des ports du Mexique, et fixe la proportion de dépense nécessitée par sa production en grammes d'argent. En déduisant les

droits et les frais de traitement, il reste un solde qui représente la somme libre pour les frais d'extraction et le bénéfice. Il suppose ensuite une richesse commune de deux millièmes (0,002), teneur moyenne des minerais du Mexique. Il porte la perte du mercure à 13 onces par marc.

» Les dépenses du traitement au *patio* peuvent se calculer à raison de 14 piastres par monton de 1 000 kilogrammes.

» Il fait entrer, dans ses calculs de coût de la production, les frais de transport, droits de port, commissions, etc.

» Ces bases posées, il établit ainsi le coût de 1 000 grammes d'argent embarqué :

Droit du gouvernement, y compris le monnayage.	145 grammes.
Frais de fonte, transport, embarquement.	35
Traitement et mercure.	454
Reste libre pour l'extraction du minerai et les bénéfices.	366
Total. . .	1000

» On voit donc, d'après cela, que ce solde de 366 grammes sur 1 000 est la somme qui reste pour le coût d'extraction du minerai et le bénéfice possible; mais, comme les sommes représentées en grammes d'argent fin sont dépensées au Mexique, il faut ajouter au solde de 366 grammes tous les grammes absorbés par le transport et les droits d'entrée et de sortie dans les ports; de sorte qu'il reste un total de 446 grammes d'argent en espèces monnayées au Mexique pour faire face aux débours d'extraction; mais, si l'on considère que ces 446 grammes, valant un peu moins de 100 francs, doivent faire face à l'extraction de 500 kilogrammes de minerai choisi, on peut se convaincre aisément qu'attendu la profondeur des mines, le prix élevé de la main-d'œuvre et de tous les agents nécessaires aux travaux, souvent il ne reste aucun bénéfice, et les compagnies se trouvent en perte.

» Tel est le déplorable état de l'industrie minière au Mexique!

» Passant aux variations probables de la production, M. Duport énumère les causes générales et particulières qui peuvent influer sur ces variations, en faisant entrer en première ligne une connaissance approfondie de la géologie des principaux districts de mines, et cite à cet égard un exemple frappant qui prouve que des gisements travaillés depuis trois siècles ne sont peut-être rien auprès de ceux qui restent à explorer pour tout mineur instruit dans l'art des mines. Cet exemple est celui donné par le Français Laborde, qui vint, vers la fin du siècle dernier, dans les mines de Zacatecas, dont les produits, bien diminués alors, avaient fait

cesser en partie les travaux, découvrit après quelques explorations le puissant filon de *vetagrande*, qui, de 1827 à 1839, a fourni à la circulation près de 150 millions de francs. Mais si, comme le disait il y a quarante ans M. de Humboldt, le Mexique contient assez d'argent pour inonder le monde, tout en reconnaissant cette vérité, M. Duport n'est pas aussi convaincu que lui de la possibilité des moyens d'extraction et des avantages qu'on en pourra retirer, et il se trouve par là conduit à traiter des perfectionnements probables à introduire dans les moyens d'exploitation et de traitement, lesquels se rattachent à la question d'économie politique, dont vos Commissaires ont dû s'occuper, en raison de leur dépendance mutuelle.

» Ces perfectionnements sont nombreux et surtout complexes; ils portent principalement sur les changements probables qui peuvent s'introduire dans les moyens d'exploitation et de traitement. M. Duport a reconnu que dans les moyens d'exploitation actuellement en usage, il existe de grands défauts, en tête desquels on doit placer l'excessive parcimonie des travaux de recherche et une insouciance complète pour les données acquises par l'expérience. En outre, un bon système d'épuisement des eaux, qui est si important pour l'avenir d'une mine, est tout à fait négligé.

» M. Duport attire ensuite l'attention du lecteur sur l'emploi du fer et de la poudre, qui sont l'objet d'une dépense assez importante, attendu que l'on tire le premier de l'étranger, les Mexicains ne s'étant que peu ou point occupés de sa fabrication, et que la poudre, qui est de très-mauvaise qualité, est en régie.

» La main-d'œuvre paraît susceptible de variations qui n'ont point échappé à M. Duport: son prix à l'époque actuelle est peu élevé, et, d'après les considérations dans lesquelles entre l'auteur, en comparant le prix du travail des mines à celui de l'agriculture, il en tire la conséquence que la main-d'œuvre doive tendre plutôt à augmenter qu'à diminuer. Il examine ensuite les avantages qui pourraient résulter de l'introduction de la vapeur dans quelques localités, pour l'épuisement des eaux; outre le Fresnillo, qui en a retiré de grands bénéfices, on pourrait encore citer Plateros, qui est sur le point d'en retirer d'avantageux résultats. Si donc, dans toutes les localités où le combustible est à un prix peu élevé et en assez grande abondance pour ne pas craindre qu'il vienne à manquer tout à fait, on en faisait usage, on améliorerait sans aucun doute les produits. Néanmoins l'emploi de la vapeur, dans l'intérêt même des mines, ne peut être fait qu'avec beaucoup de réserve. Ainsi, si les mines de Sombrerete et de Zacatecas étaient exploitées avec la même activité qu'il y a quarante ans, et em-

ployaient exclusivement la vapeur, l'exploitation du Fresnillo qui est situé à peu de distance cesserait de produire aussi avantageusement qu'elle le fait aujourd'hui, à cause de la rareté du combustible.

» M. Duport examine ensuite les perfectionnements à apporter dans plusieurs parties relatives à l'exploitation.

» Une autre question a attiré son attention; c'est celle qui se rattache au dépeuplement de quelques districts miniers lors de la guerre de l'Indépendance, qui fut causé par une émigration d'abord volontaire, puis obligatoire en 1828, des propriétaires espagnols, lesquels se réfugièrent en Espagne et dans le midi de la France, emportant avec eux une masse énorme de capitaux. Ce numéraire, qui de 1820 à 1830 sortit du Mexique, formait la majeure partie du capital en circulation; et sans les emprunts contractés en Angleterre par la république, et la formation de compagnies minières anglaises, l'exploitation serait devenue impossible. Toutefois, ces emprunts ne remédièrent au mal qu'en partie; car le gouvernement fut obligé de se créer des ressources qu'il ne trouvait plus ailleurs. Le crédit en fut tellement ébranlé, que le taux de l'intérêt s'éleva à 30 et même 40 pour 100 par an. Cet état de choses s'opposait donc à ce que les mines pussent reprendre leur ancienne splendeur, et même paralysait toute tentative d'exploitation. D'un autre côté, les compagnies anglaises, en général mal administrées, n'obtinrent que des résultats pitoyables; à l'exception de celle de Bolaños, qui avait obtenu un bénéfice d'environ 25 millions de francs dans ces travaux à Zacatecas, on ne peut savoir quand se serait arrêtée cette décadence toujours croissante de l'exploitation des mines, si le trésor mieux administré n'eût inspiré une plus grande confiance, laquelle fit baisser de moitié le taux de l'intérêt et engagea les spéculateurs à se reporter vers les mines. Il faut donc conclure de ce qui précède, que les anciennes et nouvelles exploitations ne seront poussées avec une activité suffisante pour que le chiffre de la production annuelle soit dépassé, que lorsque les capitaux seront plus abondants au Mexique.

» M. Duport passe ensuite à la question non moins importante des améliorations dont sont susceptibles les traitements des minerais d'argent. Le traitement par la fonte est susceptible de grandes améliorations, non-seulement dans la construction des fourneaux, mais encore dans l'emploi mieux raisonné des fondants.

» Les traitements par le mercure, dans la plupart des localités au Mexique, sont moins coûteux que le traitement par la fonte, et M. Duport pense qu'ils ne paraissent susceptibles d'aucun perfectionnement, du moins en ce qui con-

cerne la préparation mécanique du minerai, mais néanmoins qu'il est possible que l'on parvienne à améliorer diverses parties du procédé et à se procurer, à un prix moindre, les ingrédients. Le prix élevé du mercure et sa perte, d'environ 13 onces en moyenne par marc, entravent les exploitations, et cet état de choses subsistera tant que durera le monopole de ce métal en Europe. Le taux du mercure exerçant une si grande influence sur les mines, on peut se demander quelles seraient les conséquences du manque de ce métal, si, par une cause quelconque, la mine d'Almaden cessait d'en produire ou que son produit fût moins grand? Les mines de la Carniole étant insuffisantes pour les besoins actuels, le combustible manquant dans un grand nombre de localités, que deviendrait alors l'extraction du minerai au Mexique, à moins cependant que la Chine et le Japon, où l'on a lieu de supposer qu'il existe d'abondantes mines de mercure, n'envoyassent leurs produits dans le nouveau monde? Sans cela cette question eût été assez embarrassante et pour ainsi dire insoluble, alors que l'on ne connaissait que la fonte et l'amalgamation; mais, depuis que l'on a démontré que l'action chimique de l'électricité peut être appliquée, sur une grande échelle, au traitement des métaux, les difficultés ont disparu.

» M. Duport vint lui-même, il y a trois ans, en Europe pour acquérir la connaissance complète des recherches faites à ce sujet par l'un de vos Commissaires; et l'application de l'électricité, comme force chimique pour l'extraction de l'argent, fut faite sur 4000 kilogrammes de minerai apportés du Mexique, avec l'autorisation du gouvernement, par l'auteur du Mémoire, qui répéta lui-même à Paris toutes les expériences dont les résultats généraux avaient été communiqués à l'Académie dans plusieurs des séances publiques. Il constata par lui-même la possibilité de l'application sur une grande échelle; le problème se trouvait donc résolu d'une manière générale, mais seulement en partie en présence des autres traitements, puisqu'il s'agissait de comparer le coût des anciens et du nouveau système. Dans une question aussi importante, laissons parler M. Duport :

« ..... La question se réduisait à une comparaison de chiffres pour le coût » des anciens et du nouveau système, et les premières recherches que j'ai » faites sur la métallurgie de l'argent n'ont pas eu, dans le principe, d'autres motifs; mais je n'ai pas tardé à les rendre plus complètes, afin de fournir aux métallurgistes un tableau exact de l'état dans lequel se trouvent les » divers traitements au Mexique, et aux économistes des renseignements sur » la question de la production présente et même future de l'argent, assez complets pour établir, avec quelque exactitude, des calculs sur la valeur de ce » métal comparée à d'autres valeurs. Le résultat de mes recherches a été fa-

» vorable au procédé électro-chimique pour un grand nombre de minerais, » je ne dis pas seulement dans l'hypothèse assez peu probable du manque » absolu de mercure, mais même avec le haut prix actuel du vif-argent; dès » lors on serait en droit de s'étonner que ce procédé n'ait pas déjà reçu un » commencement d'application. Les causes qui s'y sont opposées ayant des ca- » ractères généraux assez importants relativement à l'établissement de tout » procédé nouveau, j'entrerai à cette occasion dans quelques détails.

» La simplicité des appareils de l'amalgamation mexicaine est d'abord un » obstacle à toute innovation; vient ensuite l'habitude d'un art pratiqué de- » puis trois siècles et dès lors parfaitement étudié sous le rapport économique; » la nécessité d'opérer sur des masses considérables pour que l'on ait foi au » procédé, et l'obligation de prime abord d'entrer dans des débours d'autant » plus onéreux que toute construction industrielle est fort chère au Mexique, » arrivent enfin ébranler le zèle des novateurs, qui n'ont souvent dans le fond » pour toute récompense, ou, pour mieux dire, pour seule garantie des som- » mes employées, que la protection par trop douteuse des brevets d'inven- » tion, dans un pays où l'administration de la justice est souvent très-lente, » surtout pour un cas comme celui-ci, qui présente, dans les pays les mieux » organisés, des difficultés sans nombre..... »

» Parmi les autres considérations mises en avant par M. Duport, nous citerons les suivantes : le mercure étant le principal agent chimique, son prix doit hausser ou baisser suivant la quantité plus ou moins grande employée. Dès lors sa chance de baisse, par suite de la substitution du procédé électro-chimique, ou de tout traitement par la voie humide à l'amalgamation mexicaine, pourrait produire une réaction peu favorable à la nouvelle méthode, puisqu'on serait porté, par cette baisse de prix, à revenir à l'ancien système.

» Le prix actuel du sel marin au Mexique est un obstacle, non pas que cet agent soit décomposé dans l'opération, mais en raison des pertes mécaniques inévitables dans la manipulation. Cette perte, en raison des masses sur lesquelles on opère, représente un chiffre élevé à mettre en regard de l'économie du mercure; mais ce chiffre peut être réduit par l'emploi d'appareils destinés à recueillir le sel qui reste dans les boues métalliques. Le matériel demande en général une dépense assez considérable qu'aucune compagnie n'a voulu faire jusqu'ici, afin de comparer, sur une très-grande échelle, le coût du traitement électro-chimique à celui de l'amalgamation. Mais si, par suite des perfectionnements qu'on peut apporter aux salines du *Peñon blanco,* le sel pouvait être fourni à un prix modéré, le procédé électro-chimique,

d'après l'opinion de M. Duport, serait certainement employé, puisque l'on pourrait négliger la perte du sel dans les boues. Ainsi, il demeure convaincu que, si le mercure venait à manquer, ce procédé assurerait l'existence des mines du Mexique.

» M. Duport n'a point négligé de parler des tentatives faites pour diminuer la perte de mercure, en employant des amalgames de divers métaux plus oxydables que le mercure. En employant, comme au Chili, l'amalgame de cuivre à Guadalupe y Calvo, on a obtenu de bons résultats par un procédé dû à M. Lukner, métallurgiste allemand. M. Duport donne aussi le détail d'expériences faites par MM. Mackintosh et Buchan pour traiter, au moyen de cet amalgame, les minerais d'argent sans préparation préalable, dans des barils semblables à ceux de Freyberg.

» L'Académie a pu se convaincre que M. Duport a abordé dans son ouvrage toutes les questions relatives à la production de l'argent au Mexique; qu'il les a approfondies de manière à nous faire connaître son état actuel, ses chances d'augmentation ou de diminution; que, par ses recherches sur la théorie de l'amalgamation, il a indiqué aux chimistes la route à suivre pour perfectionner la métallurgie de l'argent, et qu'il a porté dans toutes ses discussions la justesse et la précision d'un esprit habitué aux grandes combinaisons industrielles; il a fait preuve en même temps de connaissances variées dans les sciences qui se rattachent à la métallurgie.

» Nous proposons à l'Académie de remercier l'auteur des documents importants qu'il lui a présentés, et de vouloir bien arrêter que communication en sera faite à MM. les ministres du Commerce et des Finances, en raison des considérations d'économie politique qui terminent l'ouvrage, et qui sont d'une grande importance pour nos relations commerciales, et surtout pour notre système monétaire.

» Vos Commissaires expriment en même temps le vœu que M. Duport veuille bien faire connaître à l'Académie, dès que ses expériences seront terminées, les résultats qu'il a déjà obtenus et ceux qu'il obtiendra dans le travail qu'il a entrepris dans les améliorations au traitement mexicain des minerais d'argent. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur l'application des gaz des hauts fourneaux aux traitements métallurgiques*, etc.; Note de MM. LAURENS et THOMAS.

(Renvoyée, avec les documents et dessins qui l'accompagnent, à la Commission nommée pour examiner différents Mémoires de M. Ebelmen.)

« L'attention se porte, depuis quelque temps, sur la substitution dans les foyers industriels des gaz aux combustibles en nature, seuls précédemment employés. Cette importante question se trouvant soumise à l'Académie par un Mémoire récent de M. Ebelmen, ingénieur des mines, sur la formation et la composition des gaz que la métallurgie est appelée à employer, nous avons pensé que l'Académie accueillerait avec intérêt la communication de quelques faits, relatifs surtout à l'usage des gaz sur une grande échelle.

» La généralisation de l'emploi des gaz combustibles à la place des combustibles pourrait faire naître la crainte sérieuse d'exposer les ouvriers à des dangers nouveaux : ces gaz, en effet, sont inflammables, et ils contiennent d'assez fortes proportions d'oxyde de carbone. Ainsi, à la possibilité des explosions se joint celle, plus grave peut-être, des asphyxies. Les travaux de M. Leblanc ont montré en effet combien était délétère une atmosphère qui contient même une faible quantité d'oxyde de carbone, et combien il était dangereux d'y séjourner. Hâtons-nous de dire que si l'application des gaz dans un grand nombre d'usines a déjà occasionné des accidents, ces accidents du moins n'ont jamais eu de suites fâcheuses. Des dispositions bien entendues mettent à l'abri de tout sinistre événement.

» Un utile préservatif contre les asphyxies consiste dans l'odeur que possèdent toujours les gaz, odeur qui ne permet pas que l'on s'expose sans le savoir à leur action. Nous avons vu très-souvent (nous en pourrions citer une trentaine d'exemples) des ouvriers, après avoir respiré imprudemment des gaz contenant 15 à 20 p. 100 d'oxyde de carbone, tomber évanouis; mais le traitement le plus simple que l'on emploie en pareille circonstance leur rend bientôt l'usage des sens, et après quelques heures de repos ils sont en état de reprendre leur travail. Quand on se trouve dans une atmosphère viciée par un mélange d'oxyde de carbone, d'acide carbonique et d'azote, tel que le gaz des hauts fourneaux, on ressent un mal de tête assez faible, suivi promptement de vertiges, et si l'on ne s'empresse de se retirer de cette atmosphère, on

tombe tout à coup évanoui sans pouvoir proférer une parole; aucune souffrance n'accompagne l'évanouissement.

» Les explosions se produisent dans les fours principalement au moment de l'allumage, et dans les conduites quelques instants après l'extinction des foyers à gaz. Au moyen de précautions convenables apportées dans ces deux opérations, on parvient avec certitude à éviter les explosions. Si ces précautions viennent à être négligées par les ouvriers, l'effet nuisible de la détonation du gaz se trouve annulé par le jeu de nombreuses soupapes de sûreté qu'il est nécessaire d'adapter aux fours et aux conduites de gaz : les dimensions et la meilleure position de ces soupapes nous ont été indiquées par l'étude des faits. Un dessin, joint à cette Lettre, montre une partie des dispositions mises en usage.

» La nature des gaz a une grande influence sur l'intensité des explosions : ainsi un mélange d'oxyde de carbone, d'acide carbonique et d'azote, le premier de ces gaz y entrant dans le rapport de 15 à 25 p. 100, ne donne jamais d'explosion violente; mais l'addition de l'hydrogène, même à la faible dose de 2 à 3 p. 100, suffit pour augmenter beaucoup l'énergie des détonations.

» L'échauffement des gaz dans des tuyaux portés au rouge, avant leur admission dans les foyers de combustion, opération souvent nécessaire pour obtenir de hautes températures d'une manière constante, exige quelques soins particuliers à l'aide desquels les explosions ne sont ni plus fréquentes ni plus dangereuses.

» Dans la production des gaz on doit éviter, autant que possible, la formation de l'acide carbonique. Nous avons remarqué que la proportion de ce gaz était d'autant plus faible que la pression sous laquelle on injectait l'air dans le générateur à gaz était plus élevée. Si l'on n'introduit pas l'air avec pression, et qu'on l'appelle par le tirage d'une cheminée, il se produit au contraire une quantité notable d'acide carbonique, quoique la couche de combustible soit épaisse : en augmentant l'énergie du tirage par une action mécanique, la majeure partie du carbone passe à l'état d'acide carbonique.

» Au lieu d'injecter l'air avec pression par une machine soufflante, on peut obtenir son insufflation à l'aide de la vapeur même destinée à produire de l'hydrogène dans le gaz. Il sera toujours utile de surchauffer cette vapeur, c'est-à-dire de la porter, après sa formation, à une température plus élevée que celle correspondante à sa pression. Cet échauffement de la vapeur, qui est appelé à jouer un rôle important dans la production des gaz, n'occasionne pas, comme on aurait pu le craindre, la destruction rapide des tuyaux en fer

ou en fonte dans lesquels on l'effectue. Quoique la vapeur soit portée à 350 degrés, elle n'est pas décomposée par le métal des tuyaux, ou du moins elle ne l'est qu'en de très-petites proportions, tant que son courant est continu et que le chauffage est régulier.

» Un résultat intéressant, que l'on obtient de la vapeur surchauffée, c'est qu'en la faisant agir seule, à une température qui atteint à peine 300 degrés, on carbonise complétement la houille, le bois et la tourbe; il se dégage des gaz combustibles, applicables à divers usages, après leur passage dans un condenseur. Le résidu en charbon est considérable, et ce charbon présente une assez grande dureté, lors même qu'il provient de la tourbe.

» La communication de ces faits mettra l'Académie à même de reconnaître que l'emploi des gaz dans l'industrie a été l'objet d'études et de travaux de longue durée. Quelques pièces, que nous joignons à cette Lettre, pourront servir à établir l'origine des principaux appareils que nécessite cet emploi. »

PHYSIQUE. — *Sur l'induction des courants par les courants; par* M. Abria. Quatrième Mémoire. (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Becquerel, Pouillet, Babinet.)

« L'influence que la position des diverses parties d'un système induit exerce dans leur réaction mutuelle, peut être vérifiée par les propriétés physiologiques, chimiques et calorifiques des courants induits, aussi bien que par leurs propriétés magnétiques. Il était en outre intéressant d'examiner si l'on obtiendrait les mêmes valeurs en appréciant l'intensité des courants induits, par l'élévation de température qu'ils produisent dans un fil métallique invariable, ou par le degré de magnétisme que prend, sous leur influence, une aiguille d'acier trempé. Mon Mémoire renferme la vérification de ce point important.

» On peut obtenir, avec le galvanomètre, des indices de l'existence des courants d'ordres supérieurs au second. Les déviations de l'aiguille sont accompagnées de circonstances particulières qui confirment l'hypothèse, émise par M. Henry, sur la constitution des courants de troisième, de quatrième,... ordre, hypothèse d'après laquelle chacun d'eux consiste en deux, quatre,... courants alternativement contraires, égaux en quantité, différents par leurs autres propriétés. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions elliptiques de première espèce; par* M. ALFRED SERRET. (Extrait.)

(Commissaires, MM. Liouville, Lamé.)

« I. Legendre, dans son *Traité des fonctions elliptiques*, a démontré que les fonctions de la première espèce, lorsque l'angle du module est $\frac{\pi}{4}$, sont exactement représentées par les arcs de la lemniscate : il est facile d'étendre ce théorème et de prouver que les fonctions elliptiques de première espèce, quel que soit l'angle de leur module, sont exactement représentées par les arcs d'une courbe, dont la lemniscate n'est qu'un cas particulier, et qui jouit de cette propriété que le produit des distances d'un de ses points à deux points fixes est constant.

» L'équation de cette courbe est en coordonnées polaires

$$r^4 - 2a^2 r^2 \cos 2t + (a^4 - b^4) = 0.$$

Elle affecte trois formes tout à fait différentes, suivant que le rapport $\frac{b}{a}$ est inférieur, égal ou supérieur à 1 ; dans le cas de $\frac{b}{a} = 1$, elle coïncide avec la lemniscate.

» II. Si $\frac{b}{a} < 1$, on posera $\frac{b^2}{a^2} = \sin 2\theta$; la courbe est alors formée de deux boucles fermées, égales entre elles, et l'angle 2θ est précisément celui que forment les tangentes issues du centre. Si l'on désigne par $s(t_0, t_1)$ et $\sigma(t_0, t_1)$ les arcs interceptés par les rayons vecteurs correspondants aux azimuts t_0 et t_1, on aura

$$s(t_0, t_1) = \frac{b^2}{a} \int_{t_0}^{t_1} \frac{\sqrt{\cos 2t + \sqrt{\cos^2 2t - \cos^2 2\theta}}}{\sqrt{\cos^2 2t - \cos^2 2\theta}}\, dt,$$

$$\sigma(t_0, t_1) = \frac{b^2}{sa} \int_{t_0}^{t_1} \frac{\sqrt{\cos 2t - \sqrt{\cos^2 2t - \cos^2 2\theta}}}{\sqrt{\cos^2 2t - \cos^2 2\theta}}\, dt,$$

d'où l'on déduit aisément

$$s(t_0, t_1) + \sigma(t_0, t_1) = 2^{\frac{1}{2}} \frac{b^2}{a} \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{\sqrt{\cos 2t - \cos 2\theta}},$$

$$s(t_0, t_1) - \sigma(t_0, t_1) = 2^{\frac{1}{2}} \frac{b^2}{a} \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{\sqrt{\cos 2t + \cos 2\theta}}.$$

Si dans la première on pose

$$\sin t = \sin\theta \sin\varphi,$$

et dans la seconde

$$\sin t = \cos\theta \sin\psi,$$

elles deviennent

$$s(t_0, t_1) + \sigma(t_0, t_1) = \frac{b^2}{a}\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2\theta \sin^2\varphi}},$$

$$s(t_0, t_1) - \sigma(t_0, t_1) = \frac{b^2}{a}\int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \cos^2\theta \sin^2\psi}}.$$

Si maintenant on pose $t_0 = 0$, on aura aussi $\varphi_0 = 0$ et $\psi_0 = 0$, et les équations précédentes deviendront

$$F(\sin\theta, \varphi) = \frac{a}{b^2}[s(t) + \sigma(t)],$$

$$F(\cos\theta, \psi) = \frac{a}{b^2}[s(t) - \sigma(t)].$$

Les amplitudes φ et ψ de ces deux fonctions sont liées à l'azimut t par les relations simples écrites précédemment. Quant aux modules, ils sont complémentaires et ont pour valeurs

$$\sin\theta = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}},$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}} + \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}.$$

Si $t = \theta$, on a $\varphi = \frac{\pi}{2}$, et la première des équations précédentes donne

$$F(\sin\theta) = \frac{aS}{4b^2},$$

S désignant le périmètre total de la courbe.

» Ce qui précède s'applique évidemment au cas de $\frac{b}{a} = 1$; on a alors $\sin\theta = \cos\theta$, et les arcs désignés par $\sigma(t)$ se réduisent à 0.

» III. On arrive aux mêmes conséquences en supposant $\frac{b}{a} > 1$: dans ce cas on posera $\frac{a^2}{b^2} = \sin 2\theta$; la courbe est formée d'une seule branche, et en

désignant par $s(t_0, t_1)$ l'arc intercepté par les rayons vecteurs qui correspondent aux azimuts t_0 et t_1, par $\sigma(t_0, t_1)$ celui que déterminent deux rayons vecteurs perpendiculaires aux premiers, on trouve

$$s(t_0, t_1) = \frac{b^2}{a}\int_{t_0}^{t_1} \frac{\sqrt{\cos 2t + \sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}}{\sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}\, dt,$$

$$\sigma(t_0, t_1) = \frac{b^2}{a}\int_{t_0}^{t_1} \frac{\sqrt{-\cos 2t + \sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}}{\sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}\, dt,$$

et par suite, t_0 et t_1 étant compris entre o et $\frac{\pi}{4}$,

$$s(t_0, t_1) + \sigma(t_0, t_1) = 2^{\frac{1}{2}}\frac{b^2}{a}\int_{t_0}^{t_1} \frac{\sqrt{\operatorname{cotg} 2\theta + \sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}}{\sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}\, dt,$$

$$s(t_0, t_1) - \sigma(t_0, t_1) = 2^{\frac{1}{2}}\frac{b^2}{a}\int_{t_0}^{t_1} \frac{\sqrt{-\operatorname{cotg} 2\theta + \sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}}{\sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta}}\, dt.$$

Si dans la première de ces équations on pose

$$\sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta} = \frac{1 - 2\sin^2\theta\sin^2\varphi}{\sin 2\theta},$$

et dans la seconde

$$\sqrt{\cos^2 2t + \operatorname{cotg}^2 2\theta} = \frac{1 - 2\cos^2\theta\sin^2\psi}{\sin 2\theta},$$

on aura

$$s(t_0, t_1) + \sigma(t_0, t_1) = b\int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2\theta\sin^2\varphi}},$$

$$s(t_0, t_1) - \sigma(t_0, t_1) = b\int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - \cos^2\theta\sin^2\psi}}.$$

Si l'on fait $t_0 = 0$, on a aussi $\varphi_0 = 0$, $\psi_0 = 0$, et ces équations deviennent

$$F(\sin\theta, \varphi) = \frac{1}{b}[s(t) + \sigma(t)],$$

$$F(\cos\theta, \psi) = \frac{1}{b}[s(t) - \sigma(t)].$$

Les amplitudes φ et ψ sont liées à l'angle t par des relations connues, et les modules encore complémentaires ont pour valeurs

$$\sin\theta = \frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{a^2}{b^2}} - \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}},$$

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\sqrt{1+\frac{a^2}{b^2}} + \frac{1}{2}\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}.$$

Si $t=\frac{\pi}{4}$, on a $\varphi=\frac{\pi}{2}$, et l'on déduit pour valeur de la fonction complète,

$$\mathrm{F}(\sin\theta) = \frac{\mathrm{S}}{4b},$$

S étant le périmètre total de la courbe.

» IV. Il résulte de ce qui précède qu'il existe deux courbes d'espèces différentes et jouissant d'une même propriété géométrique, dont les arcs peuvent représenter telle fonction elliptique de première espèce que l'on voudra. Dans le cas du module égal à $\frac{\pi}{4}$, la fonction complète est exprimable au moyen du périmètre total de la lemniscate, mais elle l'est aussi au moyen des intégrales eulériennes $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)$ et $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)$, d'où l'on conclut que $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)$ est exprimable au moyen du périmètre de la lemniscate. J'ai d'ailleurs fait voir (*Journal de Mathématiques pures et appliquées,* tome VII, page 114) que les intégrales Γ peuvent s'exprimer dans bien des cas au moyen des périmètres des courbes ayant pour équation

$$r^m = 2^{m-1}\cos mt,$$

et qui jouissent de cette proprieté que le produit des distances d'un de leurs points à m points fixes est constant. »

OPTIQUE. — *Considérations sur les lunettes et sur le spectre solaire; par* M. **Adolphe Matthiessen**, d'Altona.

(Commissaires, MM. Biot, Arago, Regnault.)

L'auteur propose, dans ce Mémoire, des courbures à l'aide desquelles les lunettes de spectacle, sous un volume réduit, auraient plus de lumière et de champ que les lunettes usitées, grossiraient davantage et coûteraient moins.

Une des combinaisons adoptées par l'auteur présente ce résultat singulier : les images deviennent plus nettes quand l'objectif augmente d'ouverture et quand le grossissement s'accroît.

M. Matthiessen a trouvé un verre vert monochromatique. Tous les physiciens apercevront, du premier coup d'œil, l'importance de cette découverte. Nous n'insisterons pas, en ce moment, sur les heureuses applications que M. Matthiessen en a déjà faites ; nous laisserons également de côté d'autres recherches, puisque le Mémoire sera prochainement l'objet d'un Rapport détaillé.

M. Eugène Robert soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : *Rapprochement entre les grès isolés de Fontainebleau et les glaces polaires ; suivi de remarques sur les grès mamelonnés d'Orsay.*

Les formes bizarres qu'offrent les grès isolés de Fontainebleau rappellent tout à fait, suivant M. Robert, celles des masses flottantes de glace que l'on trouve dans les mers polaires, et cette ressemblance qui, si elle était fortuite, ne mériterait pas d'être relevée, doit au contraire fixer l'attention dès qu'il est permis d'y soupçonner le résultat d'une même cause agissant dans les deux cas. Pour les masses de glace, on sait bien que la configuration extérieure est déterminée par l'action prolongée des eaux ; pourquoi n'en aurait-il pas été de même pour les masses de grès ? Il y a entre ces deux sortes de corps un rapport qu'on ne doit pas méconnaître : ils ont une structure homogène, étant composés de particules de quartz ou de neige, particules qui, dans les deux cas, tendent à se grouper et à prendre une contexture amygdalaire de laquelle résulte l'aspect comme guilloché des surfaces que l'on observe sur les blocs de grès comme sur les blocs de glace flottante.

M. E. Robert admet donc que les grès de Fontainebleau, qui représentent pour lui des dunes anciennes, ont été après leur dislocation longtemps battus et baignés par des eaux puissantes ; il soupçonne que ces eaux pourraient être celles qui ont dû former jadis un grand lac au fond duquel s'est déposé le calcaire d'eau douce qui recouvre le grès sur plusieurs points de la forêt.

Le Mémoire de M. E. Robert est renvoyé à l'examen d'une Commission composée de M. Alexandre Brongniart, Élie de Beaumont, Dufrénoy.

M. E. Robert avait, l'an passé, soumis au jugement de l'Académie une *scie à deux feuilles ;* comme le dispositif de cet instrument paraît le rendre particulièrement approprié aux besoins de la médecine opératoire, l'auteur

prie qu'un membre de la Section de Médecine et de Chirurgie soit adjoint à la Commission qui avait été primitivement nommée.

M. Roux est adjoint à la Commission.

M. **Mayor** écrit relativement à son *procédé pour l'amputation des membres*.

(Renvoi à la Commission précédemment nommée pour d'autres communications du même auteur.)

M. **Avinaud** soumet au jugement de l'Académie deux Notes, dont l'une a rapport au *sauvetage des navires*, l'autre à la *vis d'Archimède*, considérée comme moyen d'impulsion pour les bateaux à vapeur.

(Commissaires, MM. Poncelet, Coriolis, Piobert.)

M. **Brachet** adresse un « Mémoire sur des *presses* perfectionnées fonctionnant à l'aide de l'eau froide et de la vapeur, » et une « Note sur l'*application* des *lentilles sphériques et cylindriques* à l'*éclairage* des villes, des salles de spectacle, etc.)

(Commission nommée pour de précédentes communications du même auteur.)

M. **Francallet** présente un Mémoire sur la *direction des aérostats*.

(Commissaires, MM. Pouillet, Babinet, Duhamel.)

M. **Sorel** présente, pour le concours relatif aux arts insalubres, un nouveau système de *calorifères*.

MM. **Arnal** et **Martin** adressent un Mémoire pour le concours Montyon, prix de Médecine et de Chirurgie.

CORRESPONDANCE.

ASTRONOMIE. — *Comparaison de la comète de 1843 avec les comètes anciennes, et spécialement avec celle de 1106; par* MM. **Laugier** *et* **Victor Mauvais.**

Si l'on admet une période d'environ 35 ans pour la comète de 1843, on trouve, dans la *Cométographie* de Pingré, en remontant de siècle en siècle, des

apparitions de comètes qui offrent une certaine analogie avec celle du mois de *mars* 1843. Nous allons donner une table de ces apparitions, avec les observations les plus remarquables.

Années.

1843. Apparition d'une fort belle comète, le 17 *mars*, dans l'*Éridan*. Elle avait été vue en plein jour, en Italie, le 28 *février*. Cette particularité lui est commune avec les deux comètes de 1106 et de 685 : elles furent vues également, dans le mois de *février*, *près du Soleil*. Nous avons remarqué que, parmi les comètes dont il est fait mention dans ce tableau, un grand nombre parut dans les mois de *janvier*, *février* ou *mars*.

De 1843 à 1703, il n'y a aucune comète qui puisse être comparée à celle de 1843. Les comètes de 1772 et de 1737, découvertes toutes les deux en *février* ou *mars*, dans les constellations de la *Baleine* et de l'*Éridan*, décrivirent des orbites qui n'ont aucune ressemblance avec celle de la nouvelle comète.

1702. Au mois de *février* 1702, on observa une comète à très-longue queue dans la constellation de la *Baleine*. L'analogie de cette comète avec celle qui nous occupe est assez frappante; mais la révolution de 35 ans nous fait tomber, non sur l'année 1702,2, mais sur l'année 1703,2. Cette différence d'une année est peut-être trop considérable pour une comète que sa grande inclinaison et sa petite distance périhélie garantissent de fortes perturbations.

1668. La comète de 1668 a été observée deux fois en février dans la constellation de l'*Éridan*. Les positions concordent, à quelques minutes près, avec la comète de 1843. (*Voir* les *Comptes rendus*, t. XVI, p. 721.)

1528. Une comète fut vue à *Noto*, en Sicile, au mois de *janvier*, dans le signe des *Poissons*, au sud; ce qui place forcément la comète dans la constellation de la *Baleine*.

1492. Aux mois de *janvier* et de *février* 1491, on vit une comète avec une queue blanchâtre et très-longue. Le 17 *janvier*, entre 6 et 7 heures du soir, Bernard Walter l'observa, à Nuremberg, au commencement du signe du *Bélier*, avec une *latitude australe*. La comète était donc dans la *Baleine*.

Années.

1457. Il parut une comète au *commencement* de l'année.

Il est fait mention de plusieurs comètes, de 1457 à 1106; mais il n'y a pas de détails.

1106. Grande et belle comète observée, en *février* et *mars* 1106, dans la *Baleine* et l'*Eridan.* C'est à tort que l'on regarde cette comète comme une apparition de celle de 1680. La route qu'elle a parcourue ne concorde point avec celle de l'astre de 1680, mais convient très-bien à la comète de 1843. En 1106, *on l'aperçut près du Soleil, le 4 février.* (*Voir* plus bas la Note relative à la comète de 1106.)

1001. Au mois de *février* 1003, on remarqua une comète. Elle s'écarta peu du soleil et ne fut vue que peu de jours.

Il faut maintenant remonter à l'an 685 de notre ère. Ce serait la douzième réapparition de la comète de 1843, à partir de 1106, ce qui donnerait encore la durée de la révolution égale à 35,1 ans.

685. Le 14 *février* 685, *on découvrit en plein midi une étoile d'un grand éclat.*

580. En 582, le jour de Pâques (29 *mars*), d'autres disent en *janvier,* on vit une comète.

369. On vit une comète dans le *Bélier* en l'an 365 ou 370.

335. Le 16 *février* 336, on vit une comète, en Chine, dans le *signe du Bélier.*

194. Le 28 *mars* 193, on vit une comète.

+ **159.** *En février* de l'an 161, comète.

− **367.** 371 ans avant notre ère, on vit la célèbre comète dont Aristote a donné la description. La comète de 1843, en lui supposant une révolution de 35,14 ans, aurait fait, de − 371 à + 1843, 63 révolutions.

Comparaison de la comète de 1843 *avec celle de* 1106.

La comète de 1106 est la seule dont on connaisse la course d'après le récit des historiens contemporains. Comme on va le voir, ces récits s'accordent bien avec la marche qu'aurait eue la comète de 1843, si elle avait paru en 1106 :

Voici les détails extraits de la *Cométographie* de Pingré :

« On vit d'abord, le 4, ou selon d'autres le 5 février 1106, une étoile qui

» n'était distante du Soleil que de 1 pied $\frac{1}{2}$: elle fut vue ainsi depuis la troi-
» sième heure jusqu'à la neuvième heure du jour. »

La comète de 1843, en la supposant à son périhélie le 3 février 1106, était, le 4 à midi, à 2 degrés du Soleil en longitude, et à 3 degrés de latitude australe. On la vit alors, comme aujourd'hui, près du Soleil le lendemain de son périhélie.

« Le 7 février 1106, on commença à découvrir en Palestine, et le 10 en
» Chine, une comète; elle était, le 7, vers le commencement du signe des
» Poissons. »

Le signe des Poissons commence au 330e degré de l'écliptique : d'après nos éléments, la comète de 1843 avait, le 7 février 1106, une longitude de 335 degrés.

« Placée le 7 février vers le lieu du ciel où le Soleil se couche en hiver,
» elle étendait jusqu'au commencement du signe des Gémeaux, sous la
» constellation méridionale d'Orion, un rayon blanchâtre qui ressemblait
» à une toile de lin. Depuis le commencement de son apparition, tant la
» comète même que son rayon, qui imitait la blancheur de la neige, di-
» minuèrent de jour en jour. »

D'après le calcul, le 7 février, la latitude de la comète était de 10 degrés australe, ce qui la faisait paraître vers la partie du ciel où le Soleil se couche en hiver. Sa queue, longue de 60 degrés, d'après les historiens, pouvait atteindre le commencement du *signe* des Gémeaux ou la *constellation* méridionale d'Orion. Enfin, la distance à la Terre augmentant à partir du 10 février, l'éclat de la comète dut diminuer depuis le commencement de son apparition, qui dura cinquante jours, à compter du 7 février.

D'après les observations chinoises, la comète parut traverser les constellations Kouey (épaule et bras austral d'Andromède et Poisson boréal), Leou (α, β, γ du Bélier), Mao (les Pléiades) et Pi (les Hyades), et cela depuis le 10 février jusqu'au 25 mars; c'est-à-dire que, dans cet intervalle de temps, les longitudes de la comète durent être comprises entre 350 degrés et 55 degrés : or, d'après nos calculs, le 10 février 1106, la comète avait 345 degrés de longitude, et le 25 mars, 60 degrés environ.

Voici, d'après nos éléments, les positions de la comète de 1843 en février et mars 1106, en supposant le passage au périhélie le 3 février :

	Longitudes.	Latitudes.
4 février	324°	— 3°
7	335	— 10
10	345	— 16
16	4	— 23
5 mars	40	— 28
25	60	— 27

Nous n'ignorons pas qu'en général on avait considéré la célèbre comète de 1106 comme une apparition de la comète de 1680; mais cette opinion n'est pas admise par tous les cométographes. Voici comment Pingré s'exprime à ce sujet (*Cométographie*, tome II, page 137) :

« . . . . . . Concluons donc que rien n'empêche de reconnaître dans la » comète de 1106 un retour de celle de 1680, mais convenons aussi que » rien ne nous y force. Les mouvements de la comète de 1106 sont assez » bien représentés par les éléments de l'orbite de celle de 1680; mais ils le » seraient pour le moins aussi bien par des éléments absolument différents. » Il semble donc qu'il nous faudrait des motifs ultérieurs pour nous autoriser » à prononcer affirmativement sur l'identité de ces deux comètes. »

Pour arriver à l'identité entre les deux comètes, il a fallu, comme on vient de le voir, mettre de côté plusieurs observations anciennes, ce qui est toujours une chose grave. Ainsi, par exemple, l'observation du 4 février de la comète à un pied du Soleil, de la comète près de son périhélie, a été rejetée comme impossible. Si on l'eût admise, la comète de 1680, qui après son passage au périhélie en février 1106, a dû nécessairement avoir une latitude *boréale*, n'aurait pu être observée le 7 février sous la constellation *méridionale* d'Orion.

Cette nécessité de faire arriver la comète à son périhélie après le 7 février, afin que sa latitude soit australe à cette époque, rend impossible sa présence à la fin du signe des Poissons, le 10 février 1106; or cette présence est parfaitement constatée par l'observation chinoise.

Ainsi, il faut tronquer, corriger des observations fort claires par elles-mêmes si l'on veut conserver l'identité des deux comètes. Au contraire, en admettant que la comète de 1106 est une apparition de la comète de 1843, toutes les observations sont satisfaites.

Du reste, ces difficultés, ces contradictions, ont été signalées par Pingré dans sa *Cométographie*, tome Ier, pages 386 et suivantes.

Il restait à chercher si les observations de la dernière apparition pouvaient se concilier avec une orbite elliptique, correspondant à environ 35 ans de révolution.

Voici nos résultats :

Passage au périhélie, 1843, février	27,346104 t. m. de Paris.
Distance périhélie	0,00601694
Excentricité	0,999440
Demi-grand axe	10,72228
Temps de la révolution	35,1 années
Longitude du périhélie	278° 17′ 33″
Longitude du nœud ascendant	357° 52′ 4″
Inclinaison	36° 20′ 33″
Sens du mouvement	rétrograde.

DATES. — 1843.	EXCÈS DES POSITIONS CALCULÉES SUR LES POSITIONS OBSERVÉES. Longitudes.	Latitudes.
18 mars (Paris)	+ 0″9	— 0″4
19 (Paris)	+12,2	—18,8
20 (Berlin)	+ 4,8	—12,2
21 (Genève)	+ 6,9	— 3,6
22 (Berlin)	+ 7,3	— 0,8
24 (Berlin)	+ 1,3	+ 2,7
25 (Berlin)	+ 2,3	+ 2,1
26 (Berlin)	+ 7,7	+ 0,8
27 (Paris)	+ 3,3	— 4,0
28 (Paris)	+ 4,6	+ 1,7
29 (Paris)	+ 8,8	+ 1,7
30 (Berlin)	+14,8*	+ 5,9*
31 (Berlin)	—12,0*	— 6,4*
2 avril (Paris)	— 1,7	+ 0,3

* Les observations de Berlin du 30 et du 31 sont un peu douteuses, d'après M. Encke.

ASTRONOMIE. — *Sur la nouvelle comète.* — Lettre de M. VALZ, du 11 avril, à M. *Arago*.

« Le manque d'éléments pour les comètes de — 371, 1668 et 1702 ne

permet d'avoir aucune preuve de l'identité de ces astres avec la comète de cette année, et lors même qu'on les connaîtrait, ce ne serait encore qu'une probabilité. Les éléments connus de cette dernière comète permettent toutefois de s'assurer jusqu'à quel point ils peuvent satisfaire aux diverses circonstances des apparitions précédentes, et de juger du degré de probabilité de leur identité. C'est ce que j'ai tenté avec la comète de 1668, pour laquelle on a des notions plus précises que pour les autres, et voici ce que j'ai obtenu, avec quelques idées assez singulières, sur les difficultés d'explication majeures que présente une pareille identité.

» Le 5 mars 1668, le R. P. Valentin Estancius, étant à San-Salvador, au Brésil, vit, à 7 heures du soir, une comète près de l'horizon, vers le coucher du Soleil, avec une queue si brillante, que ceux qui étaient sur le rivage en voyaient facilement l'image réfléchie par la mer; elle ressemblait à une poutre brillante de 23 degrés de long, et s'étendait presque horizontalement de l'ouest au sud. Cet état ne dura que trois jours, et diminua ensuite considérablement. (Newton, *Principia philosophiæ,* prop. 41.) La tête était au-dessous de θ et η de la Baleine, et la queue se terminait à ρ et σ. Le 7 mars elle était un peu au-dessous et à côté de l'étoile de la Baleine, ayant 12° 42′ de longitude et 15° 46′ de latitude australe. (Pingré, *Cométog.*, t. II, p. 22 et 23.) Il ne s'agit plus que de s'assurer comment les éléments de 1843 satisfont à ces données. San-Salvador étant presqu'au milieu entre l'équateur et le tropique, la sphère y est à peu près droite, et une position au-dessous d'une étoile au couchant aura seulement une longitude plus faible. La différence des méridiens étant de $2^h 43^m$, le calcul doit se faire pour $9^h 43^m$. La précession en cent soixante-quinze ans oblige de retrancher 2° 26′ du nœud et du périhélie. J'avais d'abord essayé d'établir le passage au périhélie d'après la position seule du plan de l'orbite; mais des résultats insolites me firent reconnaître que la Terre se trouvait trop près du nœud pour réussir, et il fallut recourir à d'autres moyens pour fixer le passage au 26, 8 février, qui avait pour lors vingt-neuf jours. En calculant d'après cela, j'ai trouvé, pour la longitude de la comète, le 5 mars, 5° 53′ et la latitude 15° 30′, qui devaient être un peu moindres que celles de η, ayant alors 6° 36′ de longitude et 16° 4′ de latitude. Le 7 mars, 12° 9′ longitude, 17° 56′ latitude, moindres aussi que 12° 42′ longitude et 15° 46′ latitude de l'étoile au-dessous et à côté de laquelle était la comète. Voilà donc deux positions qui conviennent aussi bien qu'on pouvait l'espérer, et le cométographe le plus exercé et le plus expert, Pingré, n'hésite pas à assurer qu'elles suffisent pour décider l'identité. (*Comét.*, t. II, p. 406.)

» Pour la comète de —371, on est loin d'avoir de pareils détails, mais les

déductions que tire Pingré des circonstances de son apparition sont fort remarquables pour la circonstance actuelle. (*Comét.*, t. I, p. 261.) Son cours apparent, dit-il, était direct; mais son mouvement réel était probablement rétrograde. On peut conjecturer avec quelque fondement qu'elle passa par son nœud descendant peu après sa conjonction avec le Soleil; ce nœud était donc probablement dans le Lion (150 degrés). Je crois que son périhélie pouvait être dans la Vierge (210 degrés). Sa moindre distance au Soleil a dû être beaucoup moindre que celle du Soleil à la Terre. Je me crois fondé à conjecturer que l'inclinaison devait excéder 30 degrés. Tels sont les caractères auxquels on pourra distinguer cette comète dans la suite. . . . . Son analogie avec la dernière est aussi assez marquante; mais, du reste, d'une faible importance pour le moment. Il n'en serait pas de même de celle de 1702, qui offrirait, au contraire, un grand intérêt; mais malheureusement on ne vit que la queue, dans la même région du ciel, il est vrai, qu'en 1668, sur les mêmes constellations, près des mêmes étoiles, avec la même longueur, la même forme et aux mêmes jours. Mais ces circonstances, paraissant décisives à Cassini et Maraldi, qui repoussaient le mouvement de la Terre (leur famille y a persisté jusqu'en 1760), n'auraient pas la même importance de nos jours. Cependant on peut penser que l'identité serait admise si des difficultés survenues postérieurement pouvaient être aplanies, ce que j'ai tenté de faire. Comment, avec une période de trente-quatre ans, une comète aussi remarquable n'a-t-elle été revue qu'en 1843? d'où proviendrait le retard même de cinq ans qui a eu lieu? car on doit remarquer que la ressource commode des perturbations ne saurait être invoquée, la position du plan de l'orbite préservant des plus sensibles, et n'en permettant que de faibles, qui se compenseraient en majeure partie pour l'orbite, et ne pourraient diminuer que faiblement l'inclinaison. Si les planètes ne produisent pas de perturbations sensibles et fort variables, on doit présumer que les variations de la période proviennent des mêmes causes, agissant de la même manière à chaque révolution, et produisant des effets pareils, ainsi que le ferait par exemple la résistance de l'éther; mais celle-ci diminuerait la période au lieu de l'augmenter; et en l'admettant toutefois, il faudrait recourir à une autre cause agissant plus puissamment en sens contraire, pour expliquer l'augmentation admise. En y réfléchissant, il m'a paru que la comète, en s'approchant du Soleil, et pénétrant dans les couches d'un milieu de plus en plus dense, pouvait en atteindre d'une densité plus grande que la sienne propre, ce qui la porterait à en sortir, vu sa moindre densité, et produirait une répulsion propre à l'éloigner du Soleil, effet inverse à celui

de la résistance du milieu, et tendant à augmenter la période, non indéfiniment toutefois, mais de manière à empêcher les comètes de se précipiter sur le Soleil, où les porterait au contraire la résistance du milieu. Cette comète, avec une telle période et une pareille proximité, serait des plus favorables pour éclaircir un point aussi curieux, ce qui peut être réservé à nos successeurs. Il est à remarquer que son orbite est très-défavorable pour rendre ses apparitions visibles en Europe, ce qui ne peut même avoir lieu que vers l'équinoxe de printemps. Si donc, pour satisfaire à l'identité présumée, on admet une augmentation progressive de la période de six mois, la troisième apparition, après trente-quatre ans et demi, aurait eu lieu en septembre 1736 et serait devenue invisible en Europe; la quatrième, après trente-cinq ans, encore en septembre 1771, invisible; la cinquième, après trente-cinq ans et demi, en mars 1807, bien visible, mais aussi courte, il ne serait pas surprenant que les mauvais temps habituels à cette époque, et qui ont si fort contrarié cette année même, eussent empêché de la remarquer. Je ne vois donc pas de motifs suffisants d'exclure l'identité, et les idées précédentes, qui ont contre elles leur hardiesse même, donnent au moins une explication dont vous jugerez mieux que ne le ferait la tendresse paternelle.

» Voici les nouveaux éléments, satisfaisant aux dernières observations, que je n'ai pu prolonger, avec beaucoup de difficultés, que jusqu'aux 6 et 7 avril, et je crains bien de ne plus revoir cet astre.

Passage au périhélie, 1843, février.	27,43 t. m. de Marseille.
Distance périhélie.	0,0052
Longitude du périhélie.	278°28′5″
Longitude du nœud.	359.29.10
Inclinaison.	35.39.50
Mouvement.	rétrograde.

» *P.-S.* — En expliquant de quelle manière il serait possible de rendre compte de l'augmentation de période de la comète de 1668, j'ai omis de prévenir une objection basée sur la pénétration des gaz, et qui ne saurait, à la rigueur, être admise qu'autant que cette pénétration aurait lieu instantanément; mais il n'en est pas ainsi, et ce mélange est au contraire assez lent à s'opérer, ainsi qu'on peut le reconnaître dans les difficultés de ventilation des cuves vinaires, des fosses d'aisances, des puits et galeries de mines, et dans le niveau auquel les gaz pesants s'y maintiennent, comme à la Grotte des Chiens, où le gaz acide carbonique, malgré sa faible épaisseur et son contact permanent avec l'air, ne contient cependant que $\frac{1}{100}$ de gaz atmosphérique. Je tiens

de M. d'Arcet qu'un bec d'éclairage étant resté ouvert, le gaz, enflammé le lendemain, brûla la tapisserie selon une ligne aussi bien de niveau que celle d'un liquide même. Dalton, ayant laissé deux gaz en communication pendant une heure, ne reconnut aucune trace de mélange; il ne se manifesta que trois heures après. Berthollet, après vingt-quatre heures, ne trouva qu'un quart de gaz acide carbonique dans le gaz azote en contact, et un tiers après quarante-huit heures: au bout de dix-sept jours, le gaz acide carbonique n'était pas encore complétement mêlé avec l'air atmosphérique. (*Mém. soc. d'Arcueil*, t. II, p. 463.) D'après M. Graham (*Quart. J. of. Sc.*, 1829), la diffusion du chlore n'est pas du quart en quatre heures. J'ai fait quelques essais sur la diffusion ascendante de la vapeur d'eau, d'après les vitesses d'évaporation à travers diverses épaisseurs de couches d'air. A trois mètres de profondeur, l'évaporation était réduite à fort peu de chose, et devenait presque insensible; lorsque la vapeur, au lieu de s'élever, était obligée de descendre, il aurait fallu plusieurs années pour arriver à des résultats appréciables. Cette lenteur de pénétration des gaz permettra donc aux énormes volumes des nébulosités des comètes de n'être pénétrés, pendant leur courte apparition, que dans une faible couche extérieure; cette couche servira en quelque sorte d'enveloppe propre à préserver la partie intérieure des nébulosités et à les soumettre à la pression du milieu qu'elles traversent avec des vitesses aussi prodigieuses. »

ASTRONOMIE. — *Sur la nouvelle comète.* — Lettre de M. Legrand, professeur à Montpellier, à M. *Arago*.

« Après avoir lu ce que vous avez inséré dans les *Comptes rendus* des 20 et 27 mars dernier touchant la belle comète qui vient de surprendre les astronomes comme le public, je crains que les observateurs dont vous avez reçu des communications à ce sujet n'aient omis une circonstance que j'ai remarquée et qui me semble mériter d'être connue; je veux parler du *changement notable de couleur* qu'elle a éprouvé dans l'espace d'un jour.

» C'est le 11 mars, vers $7^h 15^m$ du soir, que je l'ai vue pour la première fois. Je ne la cherchais pas, elle a attiré mon attention par sa forme régulière, sa longueur, sa direction et sa couleur *rouge* très-prononcée. Vous l'avez vue trop tard à Paris pour vous faire une juste idée de son éclat; la lumière zodiacale n'était réellement rien en comparaison, car je ne pouvais pas la distinguer. La Lune était fort élevée sur l'horizon et répandait une grande clarté.

» Je l'ai revue le 13 et l'ai examinée assez longtemps: elle était encore brillante et *rouge* comme la première fois; sa largeur, dans le voisinage de Rigel,

me paraissait égale à celle de l'arc-en-ciel intérieur ou à la moitié de l'intervalle entre Castor et Pollux; je l'évaluais à 2 degrés ou 2° 30′ au plus. La continuation du beau temps me permit de la voir encore le lendemain 14; mais elle était *blanche* et me semblait plus étroite que la veille d'environ 30′. Ces observations du 13 et du 14 ont été faites entre $7^h 15^m$ et $7^h 30^m$ du soir, et inscrites immédiatement après; elles sont donc indépendantes de la fidélité de ma mémoire et méritent une entière confiance; mais elles ne s'appliquent rigoureusement qu'à la partie de la queue visible à l'œil nu, c'est-à-dire aux $\frac{4}{5}$ de sa longueur totale, car elles ont été faites sans lunette.

» Surpris de ce changement de couleur, je ne manquai pas d'examiner encore la comète les jours suivants, 15, 16 et 17. Elle continua d'être blanche et de perdre chaque jour de son éclat : cependant elle était bien visible, malgré la vive lumière que répandait la Lune, voisine de son plein; ensuite le mauvais temps interrompit mes observations, je ne la revis plus que le 26 et le 27; elle était encore blanche et de plus en plus faible.

» Lorsque vous dites (*Comptes rendus*, t. XVI, p. 600) que la queue paraissait avoir un maximum d'intensité lumineuse au milieu de sa largeur, je trouve que vous avez parfaitement raison, pourvu qu'il s'agisse de la partie visible à l'œil nu; mais la partie voisine de la tête ou du noyau me semble présenter une tout autre apparence. En l'examinant, le 17, avec une petite lunette de spectacle, j'y vis distinctement deux bords brillants comprenant entre eux un espace conique obscur dont le sommet était vers la queue.

» J'ajouterai encore une remarque relative à la forme de ce bel astre, en réponse à une observation de Maraldi (p. 606). Après l'avoir examinée attentivement le 13, j'ai écrit que la queue me paraissait se terminer en pointe au-dessous d'Orion; avant et après ce jour, je n'ai plus observé la même apparence, la queue m'a toujours paru se terminer en forme de pinceau. »

ASTRONOMIE. — *Sur une influence présumée de la dernière comète.* — Lettre de M. **Laisné** à M. *Arago*.

« Quelque peu disposé que je sois à partager les idées du vulgaire sur les prétendues influences extraordinaires des comètes, je crois cependant devoir vous faire remarquer une coïncidence bien extraordinaire qui m'a frappé ces jours derniers.

» A la nouvelle que la queue de la comète avait dû passer assez près de la Terre le 27 février au soir, j'ai voulu voir si les observations météorologiques faites à cette époque à l'Observatoire ne présenteraient rien de par-

ticulier. Je n'ai trouvé, dans le tableau publié par le *Compte rendu* et par les *Annales*, rien de remarquable sur l'*état du ciel*, sur la direction et l'intensité du *vent*, ni sur le *thermomètre*. Mais voici ce que je trouve pour le *baromètre*, qui du reste a été assez bas tout le mois de février, mais jamais autant qu'à la fin :

			mm.
26 février	9	heures du matin	747,16
Idem	12	*idem*	746,84
Idem	3	*idem*	745,42
Idem	9	heures du soir	741,29
27 février	9	heures du matin	730,73
Idem	12	*idem*	729,24
Idem	3	*idem*	727,99
Idem	9	*idem*	727,18
28 février	9	heures du matin	729,94
Idem	12	*idem*	730,57
Idem	3	*idem*	733,44
Idem	9	*idem*	741,39

et ensuite, tout le commencement du mois de mars, il a été plus haut. Or, c'est le 27 *février*, après 10 *heures* du soir, que la comète a passé à son *périhélie*, et vers *minuit* qu'elle a été en *conjonction inférieure* avec le Soleil.

» Quoique ce minimum de hauteur barométrique ne soit pas tellement considérable que vous n'en ayez signalé antérieurement de plus bas, cependant il est assez prononcé, et sa coïncidence avec la proximité de la queue de la comète assez frappante, pour qu'il me soit difficile de ne pas croire à quelque influence. Je sais qu'il y a des objections très-fortes : les unes que je me suis faites moi-même ; les autres, que M. Mathieu a eu la complaisance de me faire, entre autres l'absence, ou au moins l'exiguïté, constatée dans la science, de toute influence d'attraction des comètes, et *à fortiori* de leurs queues, et l'excessive rapidité des variations de distance auxquelles cette queue s'est trouvée de la Terre ; mais la coïncidence est ici tellement exacte que, tout en craignant le sophisme *cum hoc, ergo propter hoc*, je crois devoir appeler sur elle votre attention. »

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'électricité animale ; par* M. Ch. Matteucci. (Tiré d'une Lettre de l'auteur à M. *de Blainville*.)

« La première partie de ce Mémoire a particulièrement pour but d'établir sur un plus grand nombre d'expériences très-variées le parallélisme que j'avais déjà aperçu et signalé dans mes travaux précédents, entre la fonction des organes électriques de la torpille et la contraction musculaire.

» Je commencerai par démontrer ce parallélisme dans l'action du courant électrique. Je rappellerai en peu de mots les lois de l'action du courant électrique sur les nerfs moteurs. Dans la première période de vitalité du nerf, le courant électrique qui agit sur lui excite la contraction musculaire, soit au moment qu'il entre, soit au moment qu'il cesse, et cela quelle que soit sa direction relativement à la ramification du nerf. Dans la seconde période de vitalité du nerf, la contraction n'est plus excitée que par le courant direct qui commence et par l'inverse qui cesse.

» J'ai soumis les nerfs de l'organe électrique, séparé rapidement d'une torpille vivante, à l'action du courant électrique. Cette action, comme je l'ai déjà prouvé, excite la décharge ordinaire de l'organe. Pour découvrir et étudier la décharge ainsi excitée, il faut poser sur l'organe des grenouilles récemment préparées et le toucher dans le même temps sur les deux faces avec les lames du galvanomètre. Afin qu'on puisse faire cette expérience avec soin et sans la moindre crainte de se tromper, je décrirai ma manière d'opérer. J'emploie, pour obtenir le courant, une pile de Faraday de quinze couples que je tiens sur un tabouret isolé. Je sépare rapidement un des organes d'une torpille vivante et j'ai soin de lui laisser les nerfs le plus longs possible. En coupant avec des ciseaux les branchies à travers lesquelles ces nerfs passent avant d'entrer dans l'organe, on peut en avoir de la longueur de 2 à 3 centimètres. Quand l'organe est ainsi préparé, je le place sur un taffetas verni : je lie ensuite avec un fil de soie un de ces nerfs, et je le soulève ainsi en fixant l'autre bout du fil à un support quelconque. Quand l'expérience est ainsi disposée, je touche le nerf soutenu par le fil de soie avec les deux pôles de la pile à une distance de 10 à 15 millimètres entre eux. Au moment où le circuit vient à être fermé, on voit se contracter toutes les grenouilles préparées qu'on a placées sur l'organe : dans le même temps l'aiguille du galvanomètre, qui doit être très-sensible, dévie très-sensiblement. Cette déviation, quoique beaucoup plus faible que celle produite par la torpille vivante, indique pourtant le courant ordinaire du dos au bas-ventre de la torpille. Tous ces phénomènes cessent, quoique le circuit reste fermé. Aussitôt qu'on l'ouvre, on voit reparaître les mêmes phénomènes qu'on avait obtenus quand le courant avait commencé à passer. Soit que le courant soit dirigé du cerveau vers l'organe, ou de l'organe vers le cerveau, la décharge est toujours excitée au commencement et à la fin du courant. A mesure que la vitalité du nerf s'affaiblit, les phénomènes changent : le courant électrique n'excite plus la décharge que lorsqu'il commence, s'il est dirigé du cerveau vers l'organe, tandis qu'il produit ce phénomène lorsqu'il cesse, s'il est dirigé de l'organe vers le cerveau.

Évidemment ces lois sont les mêmes que celles de l'action du courant électrique sur les nerfs moteurs.

» La manière d'opérer que nous avons décrite avec soin est à l'abri de toute erreur; et certainement on ne peut pas supposer que les contractions des grenouilles et la déviation du galvanomètre soient dues à une portion du courant de la pile qui se serait répandue, on ne sait pas comment, dans l'organe. Quand on fait cette expérience, on voit que si, au lieu de toucher le nerf de l'organe, on touche l'organe même, les phénomènes manquent : il est inutile de dire que cela n'arriverait pas si l'on touchait avec les pôles tout près des grenouilles. J'ajouterai encore que les phénomènes disparaissent après un certain temps.

» En agissant sur les nerfs de l'organe d'une torpille vivante ou récemment tuée, avec le courant électrique, on parvient à exciter la décharge dans les différentes parties de cet organe. En général, cette décharge est limitée à la portion de l'organe dans laquelle est répandu, avec ses ramifications, le nerf excité par le courant. En irritant les différents nerfs de l'organe par un corps stimulant quelconque, on arrive à ce même résultat. Afin de l'observer plus facilement, il n'y a qu'à bien essuyer la surface de l'organe pour limiter la région de la décharge.

» Lorsqu'on prolonge le passage du courant dans les nerfs de l'organe d'une torpille vivante ou récemment tuée, on ne tarde pas à s'apercevoir que l'action du courant électrique est considérablement affaiblie ou entièrement détruite. Si alors on ouvre le circuit et si l'on fait passer le courant sur le même nerf et en sens contraire à celui du courant précédemment employé, on obtient encore la décharge, et c'est lorsque ce second courant a cessé d'agir, qu'en le renversant de nouveau on s'aperçoit que le nerf a repris l'excitabilité qu'il avait perdue. Il est inutile de dire que la décharge qu'on obtient ainsi a lieu tantôt lorsqu'on ferme le circuit, tantôt lorsqu'on l'ouvre, suivant que le courant est dirigé du cerveau vers l'organe, ou de l'organe vers le cerveau. Voilà encore des phénomènes qui sont communs à la décharge électrique et à la contraction musculaire : évidemment ces phénomènes correspondent aux alternatives voltaïques.

» J'ai essayé sur plusieurs torpilles vivantes le passage interrompu ou continué d'un courant électrique très-fort. Je posais pour cela la torpille sur une large lame de platine, et je plaçais sur son dos une autre lame semblable; après cela je mettais en communication ces deux lames avec les pôles d'une pile de soixante à quatre-vingts couples. Tantôt je tenais le circuit fermé pour quelques minutes, tantôt je l'interrompais pour le renouveler un instant

après. Dans quelques expériences, j'ai employé le courant en le dirigeant tantôt du dos au bas-ventre, tantôt du bas-ventre au dos. La torpille soumise au passage continué du courant électrique se trouve ou paralysée dans sa fonction électrique, ou elle la perd pour toujours en mourant. Dans le premier cas, on parvient, après l'avoir laissée quelque temps dans l'eau, à obtenir encore quelques décharges en la serrant entre les mains. La torpille, tourmentée par le passage interrompu du courant électrique, donne un certain nombre de décharges très-fortes, et puis elle meurt. Ces phénomènes sont encore semblables à ceux qu'on obtient quand on emploie le courant électrique pour exciter la contraction musculaire.

» Si l'on sépare rapidement un des organes d'une torpille vivante et si l'on irrite d'une manière quelconque le bout d'un des nerfs qui s'y ramifient, on obtient la décharge électrique. Mais, à mesure que la vitalité s'affaiblit, il faut, pour obtenir la décharge, irriter des points de ces nerfs plus rapprochés vers leurs extrémités; en effet, tandis qu'on n'a plus de décharges en coupant les nerfs qui sortent de l'organe, on en obtient encore en introduisant des ciseaux dans différents points de l'organe même. De même, l'excitabilité des nerfs moteurs se retire vers leurs extrémités à mesure que la vitalité s'affaiblit.

» J'introduis dans l'estomac d'une torpille vivante plusieurs gouttes d'une solution aqueuse légèrement acidulée avec de l'acide chlorhydrique d'extrait de noix vomique. Quelques minutes après, en laissant toujours la torpille hors de l'eau, on lui voit donner spontanément la décharge, et au moindre contact de son corps la décharge a lieu. En coupant sur la torpille ainsi narcotisée la moelle épinière, les contacts de son corps qui ont lieu au-dessous du point coupé ne sont plus suivis de la décharge; ainsi la décharge est évidemment produite par un mouvement réfléchi par l'intermède de la moelle épinière. Les célèbres travaux de Hall, de Flourens, de Muller, ont prouvé que sur la grenouille narcotisée on ne produit pas des phénomènes semblables de contraction musculaire.

» En touchant avec une solution alcaline assez concentrée le lobe électrique d'une torpille vivante, on obtient des décharges très-fortes. M. de Humboldt a prouvé la même chose pour la contraction musculaire.

» Les faits que nous avons rapportés prouvent complétement que la décharge électrique de la torpille et la contraction musculaire sont des phénomènes soumis aux mêmes lois. Il résulte de là que les nerfs de l'organe électrique sont aussi distingués des autres nerfs que le sont les nerfs des sens et les racines antérieures et postérieures de la moelle épinière. Toujours est-il

que l'excitation d'un nerf produit le phénomène qui appartient à l'organe dans lequel il est répandu avec ses ramifications.

» J'ai tenté de nouvelles expériences pour découvrir la direction du courant électrique dans l'intérieur de l'organe de la torpille, au moment de la décharge. J'ai coupé pour cela l'organe en couches parallèles d'épaisseur différente, tout en soutenant les couches séparées les unes des autres à l'aide de petits crochets attachés à un fil de soie. En touchant avec les lames du galvanomètre les surfaces de ces couches, j'ai toujours observé, comme dans tous mes travaux précédents, que la surface interne la plus rapprochée du dos est positive, et que l'autre, la plus rapprochée du bas-ventre, est négative. Dans quelques cas, lorsque ces couches étaient extrêmement minces, les signes du courant électrique manquaient, ce qui arrivait surtout lorsque le tronc nerveux appartenant à la couche tentée avait été coupé.

» J'ai également essayé, en introduisant des aiguilles d'acier dans différentes directions et dans différents points de l'organe, si ces aiguilles s'aimantaient pendant la décharge. Je n'ai jamais obtenu aucune aimantation dans les aiguilles ainsi disposées. Ce résultat ne prouve autre chose, si ce n'est que la décharge de la torpille ne peut se comparer à celle de la bouteille. En effet, si l'on fait passer cette dernière décharge à travers une masse d'eau dans laquelle on soutient des aiguilles d'acier en différentes directions, on trouve ces aiguilles plus ou moins aimantées. Du reste, on pourrait croire, en renonçant à toutes les analogies entre l'organe de la torpille et toutes les sources électriques que nous connaissons, que la décharge de cet organe ne traverse pas son intérieur, à moins que cet organe n'ait été coupé. Un résultat assez curieux auquel je suis parvenu dans ces derniers temps est celui de la décharge qu'on obtient par des portions très-petites de l'organe. Voici comment je fais l'expérience : je coupe l'organe électrique d'une torpille vivante et je détache très-rapidement avec des ciseaux un des prismes de cet organe; alors je pose sur ce prisme le nerf de la grenouille galvanoscopique. En blessant ce prisme d'une manière quelconque, je vois la grenouille se contracter. Quelquefois j'ai réussi en cela avec de très-petites portions d'un prisme. On voit par là que dans chaque prisme, et même dans chacune de ses parties élémentaires, existe l'organisation nécessaire pour produire la décharge : chacune de ses parties élémentaires peut la donner lorsqu'on excite les petits filaments nerveux qui s'y rendent. Il est naturel d'admettre que la décharge totale de la torpille n'est que la somme de toutes les décharges élémentaires données par tous les organes élémentaires des différents prismes à la fois; mais, plus j'avance dans l'étude des phénomènes électriques de la torpille, et plus je sens la difficulté

de rapprocher l'origine de sa fonction à celle des autres sources électriques.

» En étudiant dernièrement la structure de l'organe de la torpille avec mon collègue M. Savi, et en la comparant à celle de l'organe du gymnote, j'ai remarqué l'existence d'un rapport très-important entre la structure des organes de ces deux poissons et un des caractères de leur décharge électrique. Si l'on coupe normalement l'organe d'une torpille, on voit des colonnes séparées par des parois aponévrotiques, fixées, d'une part, sur la peau dorsale, de l'autre, sur la peau ventrale. On sait que, pendant la décharge, ces deux extrémités de chaque colonne ont l'une l'électricité positive, l'autre l'électricité négative. Dans un gymnote fendu également tout le long de son corps de la tête à la queue, on voit dans son organe électrique les mêmes colonnes que l'on voit dans l'organe de la torpille; mais, dans le gymnote, ces colonnes, disposées parallèlement à la longueur de l'animal, ont leurs extrémités à la queue et à la tête. Les observations récentes de Faraday ont prouvé que, dans le gymnote, les deux états électriques contraires sont à la tête et à la queue. Toujours est-il que les extrémités des colonnes de chacun de ces organes représentent les deux pôles de leurs appareils électriques. »

ÉLECTRICITÉ. — *Note sur un phénomène très-curieux produit sur un malade de paralysie par un courant électrique très-faible; par* M. Ch. Matteucci. (Tirée d'une Lettre de l'auteur à M. *de Blainville*.)

« Le nommé Dini, agent des biens du grand-duc, a été atteint depuis longtemps de fièvres intermittentes. Pendant cette maladie il prenait du sulfate de quinine à des doses très-fortes. Lorsque les fièvres eurent cessé, sans laisser aucune affection chronique aux viscères abdominaux, le malade commença à ressentir un affaiblissement dans les mouvements et dans la sensibilité de ses membres, qui finit par une paralysie complète. Depuis cinq à six mois cette dernière maladie a été traitée avec tous les médicaments ordinaires, c'est-à-dire avec le moxa, des scarifications, des sangsues et avec de la strychnine. Ce traitement a produit une amélioration sensible; la sensibilité est entièrement rétablie et les mouvements gagnent tous les jours. Il faut remarquer que la strychnine n'a produit aucune action sensible sur la moelle épinière : jamais des secousses ni des contractions involontaires n'ont été excitées par ce traitement. J'ai été assuré par le médecin, homme éclairé, qui le soigne, et par le malade lui-même, qui est un individu très-intelligent, que le seul effet apparent que la strychnine ait produit, c'est celui d'avoir considérablement augmenté les facultés digestives. Pendant trois ou quatre

fois le traitement de la strychnine a été suspendu, et les fonctions de l'estomac se sont toujours affaiblies pour se rétablir avec la strychnine.

» Afin d'accélérer la guérison de la paralysie, le médecin a eu recours au courant électrique. Ce courant, développé par *trois couples* d'une pile à colonne de Volta, a été appliqué avec l'acupuncture, en introduisant l'une des aiguilles dans la région des dernières vertèbres dorsales, et l'autre dans le mollet d'une des jambes. Le passage de ce courant électrique de trois couples a excité dans le malade des convulsions si violentes et si générales, qu'on l'aurait dit atteint de tétanos. Malgré la suspension immédiate du courant, les symptômes n'ont cessé qu'après trois heures. Lorsque le médecin est venu me raconter l'histoire de cet accident, malgré toute ma confiance en lui, je n'ai pu ajouter foi à son récit, et j'ai voulu voir le malade. Aujourd'hui, 3 avril, j'ai appliqué un courant de *deux couples*, et sans les aiguilles de l'acupuncture, en touchant avec les deux pôles la région des dernières vertèbres dorsales et le mollet d'une jambe. Quelques instants après j'ai vu, à ma grande surprise, se déclarer dans tout le corps des convulsions très-violentes qui m'ont effrayé et forcé d'ouvrir le circuit. Ces phénomènes ont duré pendant un quart d'heure, toujours en s'affaiblissant. J'ai répété alors l'action du même courant en sens inverse du précédent, et les phénomènes ont été les mêmes. Lorsque les convulsions eurent disparu, j'ai tenté le passage du courant d'un *seul couple* dans le bras, du coude à la main. Le circuit étant fermé, les mouvements survenus ont été faibles; mais, lorsque j'ai appliqué ce courant en interrompant le circuit et en le renouvelant à de très-courts intervalles de temps, les convulsions se sont reproduites non-seulement dans le bras, mais encore dans tout le reste du corps. Craignant que l'imagination n'entrât pour beaucoup dans ces phénomènes, j'ai appliqué les deux mêmes fils de la pile sur le corps du malade, mais sans qu'ils fussent réunis à la pile. Le malade n'en savait rien, mais il n'a rien éprouvé non plus. Je dois ajouter que, malgré les effets si violents du courant électrique, lorsque les convulsions tétaniques avaient cessé, le malade était plus libre dans ses mouvements.

» C'est la première fois, je crois, dans les annales de la science, que l'on voit un courant électrique, qui à peine fait contracter une grenouille, exciter dans l'homme des contractions si violentes et si permanentes. Ce malade me représente en quelque sorte l'état de surexcitation dans lequel sont mises les grenouilles par l'action des poisons narcotiques. Qui sait si le sulfate de quinine et la strychnine, qui ont été administrés à ce malade à des doses très-fortes et pendant très-longtemps, ne sont pas la cause de

l'état actuel du malade? Ce qui est le plus difficile dans ce moment, c'est de choisir un traitement convenable. Je crois qu'il faut suspendre le courant électrique, employer l'acupuncture toute seule, les bains salés à une température modérée, et donner le plus d'exercice possible aux mouvements musculaires et aux facultés intellectuelles. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Note sur la température du fond d'un puits de la maremme toscane.* (Extrait d'une Lettre de M. MATTEUCCI à M. *Arago*.)

« A 2 milles de Monte-Massi, province de Grosseto, on a creusé, sous la direction de M. Petiot, ingénieur de l'École des mineurs de Saint-Étienne, un puits pour aller à la recherche des couches de houille dont on voit des affleurements. Ce puits est dans ce moment à 342 mètres de profondeur, et son fond est, au-dessous du niveau de la mer, de 289 mètres. Le terrain traversé se compose d'une couche d'argile très-épaisse, et de plusieurs couches d'un grès blanc qui recouvre une première couche de charbon de terre schisteux et en grande partie de mauvaise qualité. Après cela viennent des schistes argileux très-bitumineux, et puis enfin un banc très-épais d'un grès coquillier qui forme le toit de la couche de charbon à l'affleurement. Mon savant collègue et ami M. Pilla, qui était avec moi dans cette visite avec le docteur Bunsen de Marbourg, donnera à M. Élie de Beaumont des notions plus exactes du terrain traversé. Voici l'observation que nous avons faite sur la température de ce puits. A midi, du 10 de ce mois, la température de l'air, à la surface du sol, était $+16^\circ,3$ cent. A 123 mètres de la surface, la température de l'air dans le puits était $+ 25$ degrés. Au fond, c'est-à-dire à 342 mètres de la surface, la température indiquée par le thermomètre enfoncé dans les parois du puits, était $+ 39^\circ,2$. Ce puits est tout à fait sans eau et il est très-bien aéré. Ordinairement il n'y a que deux ouvriers qui y travaillent. Fort heureusement pour la science, on cesse, à cause de la *malaria*, de travailler dans ce puits dans deux ou trois mois, et je prépare pour cette époque un certain nombre de thermomètres qui seront fixés dans le puits aux différentes hauteurs, afin d'en faire une étude plus exacte et plus régulière. A plusieurs milles de distance, le même ingénieur français a creusé un puits qui n'a que 68 mètres à peu près de profondeur. Ce travail a été couronné d'un plein succès, puisqu'il a fait découvrir deux couches de $1^m,50$ à peu près d'épaisseur, d'un charbon de terre de la meilleure qualité. Ce charbon, étant distillé, donne 60 p. 100 de coke très-bien aggloméré. La température du fond de ce puits est $+ 25^\circ,8$ cent. Il faut dire que

le premier puits de Monte-Massi, comme celui-ci que l'on appelle de Monte-Bamboli, est à plusieurs milles de distance des lagoni d'acide borique. Je m'abstiens, pour le moment, de faire des observations sur ces deux températures très-élevées, car je souhaite avoir auparavant une série régulière d'expériences. Je me suis empressé de publier les deux que nous avons faites, car je les crois en elles-mêmes très-importantes, et pour saisir dans le même temps cette occasion de mentionner le travail de l'ingénieur français qui a réussi à donner à la Toscane une exploitation aussi importante que l'est celle de la houille. »

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Remarques de* M. AMYOT *à l'occasion des réflexions présentées par* M. Chasles *à la séance précédente.*

« Après la lecture du Rapport de M. Cauchy sur le Mémoire relatif aux surfaces du second ordre que j'avais eu l'honneur de soumettre à l'Académie, M. Chasles a présenté des observations qui sont imprimées dans le dernier numéro des *Comptes rendus*. Je viens prier l'Académie de me permettre quelques courtes réflexions à ce sujet.

» M. Chasles a dit : « Dans le Mémoire où j'ai traité des sections coniques,
» j'ai annoncé que les mêmes considérations s'appliquaient aux surfaces du
» second degré et que ce serait le sujet d'un second Mémoire, mais je n'ai
» pas donné suite à ce projet ; de sorte que, en ce qui concerne les surfaces,
» les résultats obtenus par M. Amyot, de même que les développements ana-
» lytiques auxquels son Mémoire a donné lieu de la part du savant rappor-
» teur, sont nouveaux. »

» Je crains que cette phrase, interprétée dans un sens contraire à la pensée de M. Chasles, ne porte à croire que je me suis emparé de ses idées pour les appliquer et les développer. Il me suffira, pour détruire cette opinion, de préciser mon point de départ et de rappeler les principales conséquences qui en découlent.

» Les propriétés, si anciennement connues, des foyers et des directrices, conduisent à une génération commune aux trois courbes du second ordre. J'en ai déduit un procédé qui me paraît fort simple pour discuter et déterminer une courbe quelconque donnée par une équation du second degré entre deux variables.

» J'ai pensé qu'il devait exister dans les surfaces du second ordre des points et lignes jouissant de propriétés analogues à celles des foyers et des directrices dans les courbes. J'ai donc cherché un mode de génération, non le plus

général, mais le plus simple, qui fût applicable à la fois à toutes les surfaces du second ordre. C'est ainsi que j'ai obtenu une équation du second degré entre trois variables et dix constantes arbitraires, qui peut représenter toute surface donnée par une équation du second degré. Telle est l'idée première de mon Mémoire; elle ne me paraît avoir aucun rapport avec les beaux travaux de M. Chasles, ni avec ceux d'aucun autre géomètre sur les surfaces du second ordre.

» Une fois cette idée réalisée par l'analyse, elle m'a conduit à un grand nombre de conséquences dont quelques-unes, ce qui était inévitable dans une telle matière, concordent avec des résultats connus d'ailleurs. Mais d'autres sont regardées comme nouvelles, et la distinction me semble facile à établir.

» M. Chasles démontre que les courbes auxquelles j'ai donné le nom de *focales* sont les lieux des sommets des cônes de révolution circonscrits à la surface, puis il rappelle plusieurs propriétés connues de ces courbes. Parmi ces propriétés ne se trouvent point celles que j'ai déduites de ma théorie et qui constituent les caractères rappelés par la dénomination de focale.

» Il y avait, dit M. Chasles, une lacune dans la théorie des surfaces du second ordre, car on ne connaissait pas ce qui pouvait correspondre dans une surface du second degré aux foyers d'une conique..... Cette lacune, j'ai cherché à la combler, et tel était précisément l'objet que j'avais en vue quand j'ai démontré :

» 1°. Que l'expression analytique du carré de la distance d'un point focal quelconque à chaque point de la surface est décomposable en deux facteurs linéaires réels ou imaginaires;

» 2°. Que si, par la ligne d'intersection de deux plans directeurs (l'axe directeur), on mène un plan parallèle à un plan principal de la surface, tous les points de la section correspondante jouissent de cette propriété, que les distances d'un quelconque de ces points à l'axe directeur et au foyer conjugué correspondant sont dans un rapport constant;

» 3°. Que les rayons vecteurs menés d'un point quelconque de la section aux deux foyers conjugués correspondants offrent une somme ou bien une différence constante;

» 4°. Enfin, que ces deux rayons vecteurs forment des angles égaux avec la normale menée par le même point à la surface du second ordre. »

CHIMIE. — *Sur les propriétés de la cire.* (Extrait d'une Lettre de M. GERHARDT [illegible] à M. *Dumas*.)

« Sous l'influence oxygénante de l'acide nitrique, la cire fournit exactement les acides que M. Laurent a obtenus avec les huiles grasses. Je la fis bouillir pendant quelques jours avec deux fois son poids d'acide nitrique jusqu'à disparition de toute substance huileuse; les premiers grains cristallins qui se déposèrent par le refroidissement avaient exactement les propriétés et la composition de l'*acide pimélique*. Les eaux-mères fournirent une quantité assez copieuse de tubercules hémisphériques d'*acide adipique;* enfin je trouvai aussi, dans le liquide où ceux-ci s'étaient formés, des aiguilles d'*acide lipique*. Les dernières eaux-mères refusaient de cristalliser et contenaient l'acide huileux connu sous le nom d'*azoléique* ou *œnanthylique*, remarquable par son odeur de beurre rance, et dont il s'était d'ailleurs volatilisé beaucoup pendant l'ébullition du mélange.

» Bouillie pendant une demi-heure avec l'acide nitrique, la cire se transforme complétement en un acide gras, solide, qui se saponifie tout entier par le carbonate de soude; je ne l'ai pas encore analysé, mais ses caractères physiques me le font supposer identique avec l'*acide margarique*. Enfin, le traitement par le même agent, jusqu'à cessation du développement des vapeurs rouges, convertit la cire, comme M. Ronalds l'a déjà observé, en *acide succinique*.

» Ces nombreux produits sont loin de se former tout d'une fois, ils résultent d'une combustion successive du carbone et de l'hydrogène contenus dans la cire. Ce corps, d'ailleurs, possède une composition bien plus simple que celle qui lui est assignée par M. Lewy.

» La cire (ou plutôt la cérine) est l'*aldéhyde stéarique*, savoir (1) :

$$C^{19}H^{38}O,$$

L'acide stéarique étant. . . . $C^{19}H^{38}O^{2}$,

Le stéarate de potasse. . . . $C^{18}(H^{37}K)O^{2}$.

» Ces formules s'accordent parfaitement avec les analyses de M. Lewy, ainsi qu'avec celles de M. Chevreul et de M. Erdmann (2), faites sur l'acide

---

(1) Ces formules expriment des équivalents : d'après l'ancienne theorie, ce serait $C^{76}H^{76}O$ et $C^{76}H^{76}O^{4}$. *Voir* les *Comptes rendus*, t. XVI, p. 458.

(2) *Journal f. prakt. Chemie*, t. XXV, p. 497.

stéarique dans un courant d'oxygène :

	CIRE.			ACIDE STÉARIQUE.				
	Calculé.	Trouvé.		Calculé.	Trouvé.			
					Ch.	E.	E.	E.
Carbone.	80,8	80,53	80,23	76,5	76,4	76,3	76,7	76,5
Hydrogène. . . .	13,4	13,61	13,30	12,8	12,4	12,8	12,8	12,8
Oxygène.	5,8	5,86	6,47	10,7	11,2	10,9	10,5	10,7

» Vous voyez, d'après ces formules, que les produits d'oxydation de la cire se groupent de la manière suivante, l'acide stéarique étant considéré comme le premier, et l'acide succinique comme le dernier terme de la série :

Acides monobasiques.		Acides bibasiques.	
Acide stéarique.	$C^{19}H^{38}O^2$	. . . .	
— margarique.	$C^{17}H^{34}O^2$	. . . .	
. . . .		Acide œnanthylique.	$C^{14}H^{28}O^4$
. . . .		— pimélique.	$C^7H^{12}O^4$
. . . .		— adipique.	$C^6H^{10}O^4$
. . . .		— lipique.	$C^5H^6O^4$
. . . .		— succinique.	$C^4H^6O^4$

» Il y manque évidemment quelques termes, et je suis étonné de n'avoir pas obtenu l'acide subérique par la cire; mais il est fort probable que je ne m'étais pas placé dans les circonstances convenables, l'acide subérique étant lui-même attaqué par l'acide nitrique.

» J'ai quelques raisons pour envisager les acides succinique, subérique, pimélique, etc., comme bibasiques. C'est que, sous l'influence de la potasse en fusion, ils se comportent tout autrement que les acides monobasiques, que j'ai eu l'occasion d'examiner sous ce rapport. Les acides bibasiques en question se coupent en deux et se transforment, avec dégagement d'hydrogène, en acide oxalique et en *acides liquides et volatils*, parmi lesquels j'ai déjà reconnu les acides formique, acétique, valérianique ou phocénique. J'aurai prochainement l'occasion de vous communiquer à cet égard de plus amples détails; j'ajouterai seulement que l'acide pimélique m'a paru se scinder bien exactement en acide oxalique et acide valérianique :

$$C^7H^{12}O^4 + 2H^2O = C^2H^2O^4 + C^5H^{10}O^2 + 2H^2.$$

» Bien que ces réactions s'accomplissent d'une manière fort calme et sans que la masse noircisse, elles présentent à l'étude beaucoup de difficultés,

à cause de l'extrême ressemblance des produits quant aux caractères physiques.

» Elles offrent d'ailleurs un grand intérêt, en nous montrant que c'est encore par de simples combustions que la cire renfermée dans le fourrage de nos bestiaux ou dans les plantes de la mer peut se transformer en corps gras volatils, comme ceux du beurre ou de l'huile de poisson.

» Le blanc de baleine est l'*aldéhyde éthalique*, tout comme la cire est celui de la série stéarique.

» Je n'ai vu rien de bien remarquable dans mes recherches sur les acides sulfo-végétaux, si ce n'est la loi de saturation dont je vous ai déjà parlé, et qui peut s'exprimer de la manière suivante :

$$s = \Sigma - 1.$$

Σ représente la somme des capacités de saturation des corps entrés en combinaison, celle d'un corps neutre étant 0, d'un acide monobasique 1, d'un acide bibasique 2, etc.; s exprime la capacité de saturation du produit. »

CHIMIE. — *Sur les ferments.* (Extrait d'une Lettre de M. ROUSSEAU à M. *Dumas*.)

« 1°. La condition essentielle pour qu'un ferment puisse développer la fermentation alcoolique, est d'être acide aux papiers colorés. Cette acidité doit en outre être produite par certains acides végétaux, dont le caractère spécial est tel qu'ils peuvent être transformés en carbonates ou en acide carbonique par leur décomposition spontanée. Ce qu'il y a surtout de remarquable dans le choix de ces acides, c'est que ce sont ceux qui préexistent dans tous les fruits fermentescibles, et ceux-là même aussi qui sont transformés en carbonates lorsqu'on les ingère dans l'économie animale; tels sont en effet les acides tartrique, citrique, malique, lactique, etc.

» 2°. Lorsque l'acidité du ferment est assez considérable, les poisons végétaux et minéraux, les huiles essentielles, etc., ne font plus éprouver à la fermentation aucune modification, tandis que le contraire a lieu si le ferment a été lavé jusqu'à ce qu'il devienne neutre. Par un effet opposé, la fermentation peut être considérablement activée par la présence d'un tartrate, d'un citrate, d'un malate ou d'un lactate... Du reste, depuis longtemps, MM. Colin et Thenard avaient signalé l'influence favorable qu'exerce la crème de tartre sur la fermentation.

» 3°. Lorsque le ferment, au lieu d'être acide, offre, par une altération

spontanée, une réaction alcaline au papier, mis en contact avec le sucre de canne, il ne développe plus d'alcool ni d'acide carbonique, mais il se forme du sucre de lait, et plus tard de l'acide lactique : c'est ainsi que le caséum, la diastase, les membranes animales donnent de l'acide lactique lorsqu'on les mêle avec une dissolution de sucre, comme l'ont constaté MM. Boutron et Frémy. Si l'on examine avec soin toutes les conditions à l'aide desquelles le phénomène s'accomplit, et la nature des corps qui y prennent naissance, cette action n'a rien que de rationnel; car lorsque la levure est devenue alcaline, elle a changé de nature et s'est transformée en une matière qui offre toutes les propriétés de la caséine. »

M. Strauss, à l'occasion d'une communication récente de M. *Malgaigne*, relative à un moyen de guérir les taies en enlevant avec le bistouri les lames extérieures de la cornée, annonce qu'il a obtenu chez des animaux un succès très-marqué dans le traitement de ces taches, en appliquant, sur la conjonctive de l'œil affecté, une goutte de solution aqueuse d'opium.

M. de Lignerolles écrit relativement à une Note qu'il avait adressée au mois de décembre dernier, et qui, s'étant glissée dans un des livres présentés à la même séance, était passée inaperçue. Cette Note, retrouvée d'après l'indication donnée par l'auteur sur la date à laquelle elle avait dû parvenir, est relative aux procédés employés par l'auteur pour les *injections anatomiques*.

M. Viel, qui avait adressé, il y a quelques séances, un Mémoire sur un *frein hydraulique*, écrit qu'il a découvert dans ce système quelques imperfections auxquelles il lui semble facile de remédier. Il prie, en conséquence, la Commission qui était chargée de l'examen de cet appareil de ne point faire le rapport avant qu'il ait adressé une nouvelle rédaction de son Mémoire.

M. Duvivier demande l'autorisation de retirer un Mémoire qu'il a présenté à l'occasion de sa candidature pour la dernière place vacante dans la Section de Chirurgie, Mémoire sur lequel il n'a pas encore été fait de Rapport.

MM. les Commissaires seront invités à remettre le Mémoire de M. Duvivier au secrétariat, où l'auteur pourra le reprendre.

M. Parma, officier d'infanterie au service de l'Autriche, adresse de Rzeszow, en Galicie, une Note sur l'intérêt qu'il pourrait y avoir à considérer séparément et comme formant trois catégories distinctes, les planètes les plus

voisines du soleil, celles qui s'en trouvent le plus éloignées, et les planètes qui sont à une distance moyenne de cet astre.

MM. **Danger** et **Flandin** adressent un paquet cacheté et annoncent, dans la lettre d'envoi, qu'un des résultats auxquels ils ont été conduits dans le travail dont ils prient l'Académie d'accepter le dépôt, est d'avoir constaté qu'à l'état normal, quoi qu'en aient dit plusieurs toxicologistes, *il n'existe point de cuivre ni de plomb dans le sang ni dans les viscères de l'homme.*

« Après cette communication, M. **Chevreul** dépose sur le bureau un Rapport relatif à l'examen du bouillon de la Compagnie hollandaise, qui fut lu le 19 mars 1832 à l'Académie, et imprimé par son ordre.

» On y voit, pages 16, 17, 18 et 33, que M. Chevreul a combattu l'opinion de ceux qui considéraient le cuivre comme un des principes essentiels des végétaux et des animaux. Il s'est fondé : 1° *sur la très-petite quantité de cuivre qu'il a trouvée dans certains échantillons de matières végétales et animales;* 2° *sur ce que d'autres échantillons de ces mêmes matières, choisis et préparés soigneusement par lui, n'ont pas donné à l'analyse de trace sensible de ce métal, quoiqu'il ait opéré sur* 200 *grammes.* »

M. **Arago** présente, de la part de M. **Démidoff**, les observations météorologiques faites à Nijné-Taguilsk dans les mois de juillet, août, septembre, octobre. novembre et décembre 1842.

M. **de Castelnau** adresse un paquet cacheté.

L'Académie en accepte le dépôt.

La séance est levée à 6 heures. A.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans cette séance, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie royale des Sciences; 1er semestre 1843; n° 16; in-4°.

Annales de Chimie et de Physique; par MM. GAY-LUSSAC, ARAGO, CHEVREUL, DUMAS, PELOUZE, BOUSSINGAULT *et* REGNAULT; 3e série, tome VII, mars 1843; in-8°.

Annales des Sciences naturelles; mars 1843; in-8°.

Annales de la Chirurgie française et étrangère; avril 1843; in-8°.

Cours élémentaire d'Histoire naturelle, Minéralogie et Géologie; par M. BEUDANT; ouvrage adopté par le Conseil de l'Instruction publique; 2 vol. in-12.

Voyages de la Commission scientifique du Nord, en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Feroë, sous la direction de M. GAIMARD; 7e livr.; in-folio.

Notes économiques sur l'Administration des Richesses et la Statistique agricole de la France; par M. ROYER; 1 vol. in-8°, avec atlas in-folio.

Considérations sur les Céréales, et principalement sur les Froments; par M. LOISELEUR-DESLONCHAMPS; 1 vol. in-8°.

Mesures micrométriques des étoiles doubles et multiples observées à Dorpat par M. STRUVE, *et classées par constellation par* M. DIEN; in-4°.

Histoire naturelle agricole des Animaux domestiques de l'Europe, publiée par les fondateurs du Moniteur de la Propriété et de l'Agriculture (*races de la Grande-Bretagne*); *par* M. DAVID LOW; in-4°.

Du Rhône et du lac de Genève, ou des grands travaux à exécuter pour la navigation du lac Léman à la mer; par M. VALLÉE; 1 vol. in-8°.

Conjectures sur l'apparition insolite de la Comète de 1843, *et sur la nature des Comètes en général; par* M. le comte de M***. (Extrait des *Annales de la Société d'Agriculture d'Indre-et-Loire.*) In-8°.

Bulletin de la Société industrielle d'Angers; janvier et février 1843; in-8°.

Annales des Sciences géologiques; mars 1843; in-8°.

Dictionnaire universel d'Histoire naturelle; par M. CH. D'ORBIGNY; tome III, 34e livr.; in-8°.

Journal des Connaissances médicales pratiques; avril 1843; in-8°.

Bibliothèque universelle de Genève; n° 86; février 1843; in-8°.

Supplément à la Bibliothèque universelle de Genève, *Archives de l'Electricité; par* M. DE LA RIVE; n° 7; in-8°.

Essai sur la Théorie de la Vision binoculaire; par M. A. PREVOST; Genève, 1843; in-8°.

Sur les relations qui lient la Lumière à l'Électricité, lorsque l'un des fluides produit une action chimique; par M. WARTMANN. (Extrait des *Archives de l'Électricité,* Supplément à la *Bibliothèque universelle de Genève.*) $\frac{1}{4}$ de feuille in-8°.

Expérience sur la non-calorité propre de l'Électricité; par le même. (Extrait du même ouvrage.) $\frac{1}{4}$ de feuille in-8°.

Sur les Figures roriques et les Bandes colorées produites par l'Électricité; par M. RIESS. (Extrait du même ouvrage.) $\frac{1}{4}$ de feuille in-8°.

Bulletin des séances de la Société vaudoise des Sciences naturelles; n° 5; brochure in-8°.

On the... *Sur la Distribution et la Classification des plus anciens dépôts paléontologiques du nord de l'Allemagne et de la Belgique, et sur leur comparaison avec les formations de la même époque des îles Britanniques; par* MM. A. SEDWICK *et* R.-J. MURCHISON, *avec une description des Mollusques fossiles, par* MM. DE VERNEUIL *et* D'ARCHIAC. (Extrait du tome VI des *Transactions de la Société géologique de Londres.*) 1842; in-4°, texte et planch.

Tides and... *Des Marées et des Vagues; par* M. AIRY; in-4°.

Description... *Description du squelette d'un Paresseux gigantesque d'espèce perdue* (Mylodon robustus); *par* M. RICHARD OWEN; Londres, 1842; in-4°.

The royal... *Procès-Verbaux de la Société royale astronomique de Londres;* n° 25; in-8°.

The inaugural... *Discours d'ouverture prononcé à la Société géologique de Londres, dans sa première séance de* 1842, *par le président,* M. R.-J. MURCHISON; in-8°.

Adress... *Discours prononcé à la séance annuelle de la Société géologique de Londres, le* 17 *février* 1843, *par* M. R.-J. MURCHISON; in-8°.

On the... *Sur le Tchornoi Zem, ou Terre noire des régions centrales de la Russie; par* le même; Londres, 1842.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques de* M. SCHUMACHER; n° 474; in-4°.

Rendiconto... *Compte rendu des séances et des travaux de l'Académie royale des Sciences de Naples;* n° 7; janvier et février 1843; in-4°.

Gazette médicale de Paris; t. II, n° 16.

Gazette des Hôpitaux; t. V, n°s 46 à 48.

L'Expérience; n° 303.

L'Écho du Monde savant; n°s 29 et 30; in-4°.